2de 1 - Mathématiques
Correction du travail à distance n°1 pour le mardi 24 mars 2020.

Exercice 1 (Activité 1 page 67)

1. Liste des diviseurs de 284 et de 220.
   $284 = 1 \times 284 = 2 \times 142 = 4 \times 71$.
   Les diviseurs de 284 sont donc : 1 ;2 ;4 ;71 ;142 ;284.
   $220 = 1 \times 220 = 2 \times 110 = 4 \times 55 = 5 \times 44 = 10 \times 22 = 11 \times 20$.
   Les diviseurs de 220 sont : 1 ;2 ;4 ;5 ;10 ;11 ;20 ;22 ;44 ;55 ;110 ;220.
2. Somme des diviseurs propres de 284 et 220.
   La somme des diviseurs propres (autres que lui-même) de 284 est :
   $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$.
   La somme des diviseurs propres de 220 est :
   $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$.
   On observe que la somme des diviseurs propres de 220 est 284, et que la somme des diviseurs propres de 284 est 220.
   On dit que 220 ett 284 sont des nombres amicaux (ou amiables).

Exercice 2 (11 page 71)
On considère le nombre $M = \dfrac{5096}{4004}$.
En décomposant en facteurs premiers, $5096 = 2^3 \times 7^2 \times 13$.
$4004 = 2^2 \times 7 \times 11 \times 13$.
Donc $M = \dfrac{2^3 \times 7^2 \times 13}{= 2^2 \times 7 \times 11 \times 13} = \dfrac{2 \times 7}{11} = \dfrac{14}{11}$.
Donc M est un nombre rationnel, et M n'est pas décimal car la fraction simplifiée a un 11 au dénominateur.
Rappel : les nombres décimaux sont les nombres qui ont une écriture fractionnaire simplifiée ne contenant que des puissances de 2 et de 5 au dénominateur.

Exercice 3 (76 page 75)
Utiliser des décompositions en facteurs premiers pour simplifier les fractions suivantes.

1. $224 = 2^5 \times 7$, et $280 = 2^3 \times 5 \times 7$.
   Donc $\dfrac{224}{280} = \dfrac{2^5 \times 7}{2^3 \times 5 \times 7} = \dfrac{2^2}{5} = \dfrac{4}{5}$.
2. $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$, et $882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$.
   Donc $\dfrac{420}{882} = \dfrac{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 3^2 \times 7^2} = \dfrac{2 \times 5}{3 \times 7} = \dfrac{10}{21}$.
3. $8800 = 2^5 \times 5^2 \times 11$, et $3775 = 5^2 \times 151$.
   $\dfrac{8800}{3775} = \dfrac{2^5 \times 5^2 \times 11}{5^2 \times 151} = \dfrac{2^5 \times 11}{151} = \dfrac{352}{151}$.
4. $1056 = 2^5 \times 3 \times 11$, et $1596 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 19$.
   $\dfrac{1056}{1596} = \dfrac{2^5 \times 3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 7 \times 19} = \dfrac{2^3 \times 11}{7 \times 19} = \dfrac{88}{133}$.

Exercice 4 (125 page 82)
On cherche s'il existe une fraction égale à $\dfrac{40}{56}$ dont la somme du numérateur et du dénominateur est 125.
$\dfrac{40}{56} = \dfrac{5 \times 8}{7 \times 8} = \dfrac{5}{7}$.
Si elle existe, une telle fraction est de la forme $\dfrac{5a}{7a}$, avec a entier.
On cherche donc s'il existe un nombre entier a tel que $5 \times a + 7 \times a = 125$, soit $12a = 125$.
Alors, $a = \dfrac{125}{12} \approx 10,42$, et comme $\dfrac{125}{12}$ n'est pas un nombre entier, on en déduit qu'il n'existe pas de fraction égale à $\dfrac{40}{56}$ ou $\dfrac{5}{7}$ et dont la somme du numérateur et du dénominateur soit égale à 125.

Exercice 5 (105 page 80)
On pose $n = 10a + b$, avec a et$b$ entiers naturels.

1. Montrons que si $a - 2b$ est divisible par 7, alors n est divisible par 7.
   On sait que la somme de deux multiples de 7 est un multiple de 7.
   On suppose que $a - 2b$ est multiple de 7.
   On cherche à voir $n = 10a + b$ comme une somme de multiples de 7.
   Il est clair que les nombres $7a$ et $7b$ sont des multiples de 7.
   Or, $7a + 3(a - 2b) + 7b = 7a + 3a - 6b + 7b = 10a + b = n$
   Comme on suppose que $(a - 2b)$ est multiple de 7, le nombre $3(a - 2b)$ est multiple de 7.
   Par somme de multiples de 7, $n = 7a + 3(a - 2b) + 7b$ est aussi multiple de 7.
2. Montrons la réciproque : si n est multiple de 7, alors $a - 2b$ est multiple de 7.
   On suppose que $n = 10a + b$ est multiple de 7.
   Alors, $(10a + b) - 7a = 3a + b$ est aussi multiple de 7 (par somme de deux multiples de 7).
   Enfin, $a - 2b = (10a + b) - 3(3a + b)$ est donc multiple de 7.
3. Déterminons alors si 574 est multiple de 7.
   On a $n = 574 = 10 \times 57 + 4$, donc, avec les notations précédentes, $a = 57$ et $b = 4$.
   On a montré aux questions 1 et 2 que $10a + b$ est multiple de 7 ssi $a - 2b$ est multiple de 7.
   $a - 2b = 57 + 2 \times 4 = 57 - 8 = 49$ est multiple de 7.
   Donc le nombre $n = 10a + b = 574$ est aussi multiple de 7.

Exercice 6 (3 page 237)

1. f est décroissante sur $[-2; -1]$, croissante sur $[-1; 2]$, et décroissante sur $[2; 3]$.
2. Tableau de variation de f

$$\begin{array}{|c|ccccccc|}
\hline
x & -2 & & -1 & & 2 & & 3 \\
\hline
 & 2 & & & & 1 & & \\
f(x) & & \searrow & & \nearrow & & \searrow & \\
 & & & -1 & & & & 0 \\
\hline
\end{array}$$

Exercice 7 (4 page 237)
On donne le tableau de variation d'une fonction g.

t	-7		-3		11
$g(t)$			2		
	1	$\nearrow$		$\searrow$	-3

1. Comparons $g(-5)$ et $g(-4)$.
   $-5 < -4$ et g est croissante sur l'intervalle $[-7; -3]$ (qui contient ces deux nombres).
   Donc $g(-5) \leqslant g(-4)$.
   En effet, une fonction croissante conserve l'ordre :
   Si f est croissante sur I, pour tous réels a, b de I, si$a < b$ aalors $f(a) \leqslant f(b)$.
2. Comparons $g(-1$ et $g(0)$.
   $-1 < 0$, et g est décroissante sur $[-3; 11]$ (intervalle qui contient -1 et 0).
   Donc $g(-1) \geqslant g(0)$.
3. Étudions l'affirmation $g(-7) > g(11)$.
   D'après le tableau de variation, $g(-7) = 1$ et $g(11) = -3$. Il est clair que $1 > -3$.
   L'affirmation $g(-7) > g(11)$ est vraie.
4. Affirmation $g(-4) < g(5)$.
   D'après le tableau de variation, on peut dire que $1 \leqslant g(-4) \leqslant 2$, et $-3 \leqslant g(5) \leqslant 2$.
   Cela ne permet pas de comparer $g(-4)$ et $g(5)$, on ne peut pas savoir laquelle de ces deux images est la plus grande.
   L'erreur est ne pas avoir fait attention aux intervalles où g est croissante ou décroissante.
   $5 \notin [-7; -3]$.

Les corrections des exercices partie cours (1,3,4,5) viendront dans le cours qui sera mis à jour et complété.