

Nom : Jeudi 01/04/2021
Prénom :

1G. Interrogation n° 10. Sujet 1

Exercice 1 (cours, 3 points)

Compléter sur l'énoncé :

1. Donner la formule de l'espérance $E(X)$ et celle de la variance $V(X)$ d'une variable aléatoire X dont les valeurs sont x_1, x_2, \dots, x_k et les probabilités respectives p_1, p_2, \dots, p_k .
 $E(X) = \dots$
 $V(X) = \dots$
2. Énoncer le théorème fondamental sur dérivée et variation des fonctions.
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 2 (4 points)

Un organisateur annonce qu'à une loterie, il y aura exactement 1 billet gagnant 5000 euros, 5 billets gagnants 1000 euros et 50 billets gagnant 50 euros, sur un total de N billets.

Le prix d'achat d'un billet est de 5 euros.

On note X la variable aléatoire représentant le gain du joueur, c'est à dire le montant du lot gagné moins le prix du billet.

1. (a) Combien y a-t-il de billets non gagnants?
(b) Quelles sont les valeurs possibles de X ?
(c) Déterminer, en fonction de N , la loi de probabilité de X .

2. Justifier que l'espérance de X est $E(X) = \frac{12500}{N} - 5$.

3. L'organisateur prévoit de vendre la totalité des billets et il souhaite faire un bénéfice de 2000 euros.

- (a) Déterminer le nombre N de billets à émettre.
- (b) En déduire la valeur exacte de $E(X)$.
- (c) Calculer alors la probabilité de l'événement A « le gain du joueur est au moins égal à 45 euros ».

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $[-10; 10]$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.

1. (a) Calculer $f'(x)$, la dérivée de f .
(b) Déterminer le tableau de variation de f sur $[-10; 10]$.
(c) En déduire un encadrement de $f(x)$ lorsque x appartient à $[-10; 10]$.
2. Existe-t-il des points de \mathcal{C} où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -9x + 2$? Dans l'affirmative, préciser les coordonnées de ces points.

Exercice 4 (4 points)

Démontrer que tous les rectangles d'aire 100 ont un périmètre supérieur ou égal à 40.

Indication : on sera amené à étudier les variations la fonction P définie sur $]0; +\infty[$ par $P(x) = 2x + \frac{200}{x}$.