Lycée Camille Pissarro

BAC BLANC 2018

Mathématiques

Série ST2S

Durée de l'épreuve : 2 heures

Les calculatrices graphiques sont autorisées à condition de rentrer dans la salle en ayant désactivé le mode examen et de l'activer au signal du surveillant.
À défaut, les calculatrices « collège » sont autorisées.

Le sujet est composé de quatre pages numérotées de 1 à 4, et d'une page d'annexe.
Il est composé de quatre exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

La page d'annexe est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (4 points)

L'extrait de feuille de calcul ci-dessous donne partiellement le nombre de SMS* interpersonnels émis par téléphone en France lors des années 2001 à 2007.

(*) Un SMS ou Short Message Service est un message texte, également appelé texto, envoyé d'un téléphone à un autre.

Dans les lignes 3 et 4, les cellules de la plage `C3:H4` sont au format pourcentage avec 1 décimale.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
2	Nombre de SMS interpersonnels (en millions)	3 234	5 877	8 410		12 712	15 023	19 546
3	Taux d'évolution annuel	x	81,7%	43,1%	28,8%	17,3%		30,1%
4	Taux d'évolution depuis 2001	x						

Source ARCEP Volumes de la messagerie interpersonnelle

1. Calculer le nombre de millions de SMS interpersonnels émis au cours de l'année 2004 (arrondir à l'unité).
2. Calculer le taux d'évolution du nombre de SMS de 2005 à 2006. Arrondir à 0,1%.
3. Donner une formule qui, entrée dans la cellule `C3`, permet par recopie vers la droite d'obtenir la plage de cellules `C3:H3`.
4. En supposant qu'à partir de 2007 le nombre de SMS a augmenté de 25 % chaque année, déterminer le nombre de SMS envoyés en 2010 (au million près).
5. Donner une formule qui, entrée en `C4`, permette par recopie vers la droite d'obtenir la plage `C4:H4`.
6. Calculer la valeur qui serait alors affichée en `H4`.

Exercice 2 (5 points)

Un test de dépistage d'une maladie a été élaboré par une entreprise pharmaceutique. Pour étudier sa fiabilité, on soumet à ce test une population comportant des personnes malades et des personnes saines.

On sait que dans la population testée :

— la proportion de personnes malades est de 85 % ;
— parmi les personnes malades, 95 % ont un test positif;
— parmi les personnes saines, 75 % ont un test négatif.

On choisit au hasard une personne dans la population testée; on admet que chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

On note :

— M l'évènement : « la personne est malade » ;
— T l'évènement : « le test est positif ».

Dans cet exercice, la probabilité d'un évènement E est notée $P(E)$; la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé est notée $P_F(E)$; l'évènement contraire d'un évènement E est noté $\overline{E}$.

1. Interpréter les données de l'énoncé pour déterminer les probabilités $p(M)$, $P_M(T)$ et $P_{\overline{M}}\left(\overline{T}\right)$.
2. Traduire la situation par un arbre pondéré de probabilités.
3. (a) Exprimer par une phrase l'évènement $M \cap T$.

   (b) Calculer la probabilité $P(M \cap T)$. En donner la valeur exacte.
4. Montrer que $P(T) = 0,845$.
5. On considère que le test de dépistage est fiable lorsque la probabilité qu'une personne soit malade sachant que son test est positif est supérieure ou égale à 0,95.
   Le test est-il fiable ?

Exercice 3 (5 points)

Questionnaire à choix multiples.

Pour chaque question, une seule des trois réponses est exacte.
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte 1 point.
L'absence de réponse ou une mauvaise réponse n'enlève pas de points.

Une personne fume actuellement 140 cigarettes par mois. Pour arrêter de fumer, elle décide de diminuer de 5 cigarettes par mois.
On pose $u_0 = 140$, et pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de cigarettes qu'elle fumera dans n mois.

1. La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison :

   a. -5 **b.** 5 **c.** 140
2. L'expression de u_n en fonction de n est donnée par :

   a. $u_n = 140 + 5n$ **b.** $u_n = 140 - 5n$ **c.** $u_n = 140 - 5(n-1)$
3. u_{25} est égal à :

   a. 265 **b.** 15 **c.** 20
4. Dans 2 ans et 4 mois, la personne fumera :

   a. 0 cigarette **b.** 5 cigarettes **c.** 10 cigarettes
5. Le nombre de cigarettes qu'elle aura fumé sur les 26 premiers mois est de :

   a. 2020 **b.** 2025 **c.** 2015

Formulaire

La somme S_n des $n+1$ premiers termes consécutifs d'une suite arithmétique (u_n) est donnée par :

$$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = \frac{(u_0 + u_n) \times (n+1)}{2}.$$

Exercice 4 (6 points)
Pendant une épidémie observée sur une période de 36 jours, un institut de veille sanitaire a modélisé le nombre de personnes malades. La durée, écoulée à partir du début de la période et exprimée en jours, est notée t. Le nombre de cas en fonction de la durée t est donné en centaines, par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;36]$. La représentation graphique de f est donnée en annexe.

Partie A : Lecture graphique

Le document annexe, sur lequel le candidat fera figurer des traits de construction est à remettre avec la copie.

1. Quel est le nombre de malades au début du jour 6 ?
2. Quel est le nombre maximal de malades sur la période étudiée ? Quel jour cela se produit-il ?
3. Pendant combien de jours entiers le nombre de malades est-il resté supérieur à 110 000 ?

Partie B : Étude de fonction

Dans cette partie, on admet que la fonction f est définie sur $[0\,;36]$ par :

$$f(t) = \frac{1}{3}t^3 - 24t^2 + 432t$$

1. Retrouver par le calcul le résultat obtenu à la question 1 de la partie A.
2. (a) Déterminer l'expression de la dérivée de f.
   (b) Vérifier que $f'(t) = (t-12)(t-36)$ pour tout $t \in [0\,;36]$.
   (c) Déterminer le tableau de signe de f' sur $[0\,;36]$.
   (d) Indiquer les variations de f sur $[0\,;36]$. En déduire le nombre maximal de malades.

NOM : .... Prénom : .... Classe : ......

Annexe de l'exercice 4

À rendre avec la copie