

Interrogation n° 6

Sujet 1

Exercice 1 (5 points)

Les questions sont indépendantes.

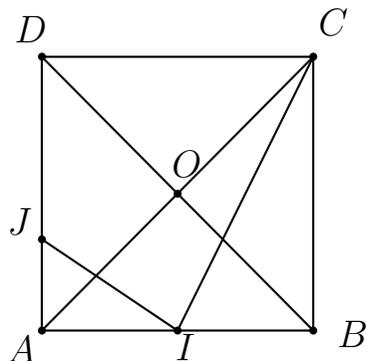
Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. Justifier.

1. ABC est un triangle rectangle en A , $AB = 4$, $BC = 5$.
2. ABC est un triangle isocèle rectangle en C , et de base $AB = 6$.
3. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, $A(-5; 2)$, $B(-2; -1)$, $C(4; 0)$.
4. $AB = AC = 2$, et $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CA}) = -\frac{\pi}{3}$ $[2\pi]$.
5. $AB = 4$, $BC = 3$, et $AC = 6$.

Exercice 2 (8 points)

Soit $ABCD$ un carré de côté 1. On note O le centre du carré et I le milieu de $[AB]$.

Le point J est défini par $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.



1. Calculer, en justifiant la réponse, les produits scalaires suivants : $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BC}$.
2. On se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$.
 - (a) Vérifier que $\overrightarrow{IJ} \left(\begin{matrix} -1/2 \\ 1/3 \end{matrix} \right)$, et déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{IC} .
 - (b) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{IC}$.
 - (c) Déterminer la valeur exacte de $\cos(\widehat{JIC})$.

Exercice 3 (7 points)

Jimi met de l'argent de côté pour acheter une guitare qui coûte 1500 euros.

Le 1^{er} janvier 2015 il dépose 30 euros. Le premier jour de chaque mois, il fait un nouveau dépôt de 12 euros de plus que le montant déposé le mois précédent. On note $u_1 = 30$, et pour tout $n \geq 1$, u_n le montant déposé le n^e mois à partir de décembre 2014.

1. Calculer u_2 et u_3 .
2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n . Justifier.
3. Calculer u_{12} et interpréter le résultat en précisant le mois correspondant.
4. On note C_n le capital accumulé par Jimi le n^e mois. Ainsi, $C_1 = 30$ pour le mois de janvier 2015.
 - (a) Déterminer l'expression de C_n en fonction de n .
 - (b) Déterminer à quelle date il pourra acheter la guitare.

Interrogation n° 6

Sujet 2

Exercice 4 (5 points)

Les questions sont indépendantes.

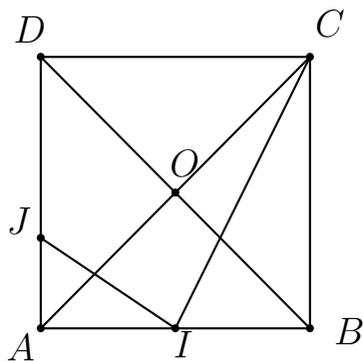
Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$. Justifier.

1. ABC est un triangle rectangle en A , $AB = 4$, $AC = 3$.
2. ABC est un triangle isocèle rectangle en C , et de base $AB = 10$.
3. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, $A(-5; 2)$, $B(-2; -1)$, $C(4; 0)$.
4. $AB = AC = 2$, et $(\vec{AB}; \vec{CA}) = -\frac{\pi}{3} \quad [2\pi]$.
5. $BCDE$ est un rectangle de centre A , et de dimensions $BC = 6$ et $BE = 4$.

Exercice 5 (8 points)

Soit $ABCD$ un carré de côté 1. On note O le centre du carré et I le milieu de $[AB]$.

Le point J est défini par $\vec{AJ} = \frac{1}{3}\vec{AD}$.



1. Calculer, en justifiant la réponse, les produits scalaires suivants : $\vec{AC} \cdot \vec{DA}$, $\vec{AB} \cdot \vec{OD}$, $\vec{IJ} \cdot \vec{BC}$.
2. On se place dans le repère orthonormé $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$.
 - (a) Vérifier que $\vec{IJ} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/3 \end{pmatrix}$, et déterminer les coordonnées du vecteur \vec{IC} .
 - (b) Calculer le produit scalaire $\vec{IJ} \cdot \vec{IC}$.
 - (c) Déterminer la valeur exacte de $\cos(\widehat{JIC})$.

Exercice 6 (7 points)

Jimi met de l'argent de côté pour acheter une guitare qui coûte 1500 euros.

Le 1^{er} janvier 2015 il dépose 30 euros. Le premier jour de chaque mois, il fait un nouveau dépôt de 15 euros de plus que le montant déposé mois précédent. On note $u_1 = 30$, et pour tout $n \geq 1$, u_n le montant déposé le n^{e} mois à partir de décembre 2014.

1. Calculer u_2 et u_3 .
2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n . Justifier.
3. Calculer u_{12} et interpréter le résultat en précisant le mois correspondant.
4. On note C_n le capital accumulé par Jimi le n^{e} mois. Ainsi, $C_1 = 30$ pour le mois de janvier 2015.
 - (a) Déterminer l'expression de C_n en fonction de n .
 - (b) Déterminer à quelle date il pourra acheter la guitare.