Fiche bilan sur la dérivation

$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

Équation de la tangente au point d'abscisse a : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

I Dérivée des fonctions usuelles

c est un nombre réel.

Fonction f	Dérivée f'	Intervalle de validité
$f(x) = c$ (constante) $f(x) = x$	$f'(x) = 0$ $f'(x) = 1$	$I = \mathbb{R}$ $I = \mathbb{R}$
$f(x) = x^2$ $f(x) = x^3$ $f(x) = x^n$, $n \geqslant 1$	$f'(x) = 2x$ $f'(x) = 3x^2$ $f(x) = nx^{n-1}$	$I = \mathbb{R}$ $I = \mathbb{R}$ $I = \mathbb{R}$
$f(x) = x^n$, $n \leqslant -1$ $f(x) = \frac{1}{x}$	$f(x) = nx^{n-1}$ $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$I =]-\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$ $I =]-\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$I =]0; +\infty[$
$f(x) = \sin(x)$ $f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = \cos(x)$ $f'(x) = -\sin(x)$	$I = \mathbb{R}$ $I = \mathbb{R}$
$f(x) = \mathrm{e}^x$ $f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \mathrm{e}^x$ $f'(x) = \frac{1}{x}$	$I = \mathbb{R}$ $I =]0; +\infty[$

II Opérations sur les fonctions dérivables

Soient u et v des fonctions dérivables sur un intervalle I, soit $k \in \mathbb{R}$.

Fonction	Dérivée
$u + v$ $k \times u$ $u \times v$	$u' + v'$ $k \times u'$ $u'v + uv'$
Si de plus v ne s'annule pas sur I, $\frac{1}{v}$ $\frac{u}{v}$	 $-\frac{v'}{v^2}$. $\frac{u'v - uv'}{v^2}$

III Composition de fonctions : $g \circ u$

Soient $u : I \to J$, et $g : J \to \mathbb{R}$ deux fonctions dérivables.
On pose $f(x) = (g \circ u)(x) = g(u(x))$.

$$(g \circ u)' = (g' \circ u) \times u'$$

Fonction	Dérivée
e^u	$u' \times \mathrm{e}^u$
$\ln(u)$, avec $u > 0$	$\frac{u'}{u}$
u^n $(n \geqslant 1)$	$nu^{n-1} \times u'$
$\sin(u)$	$u' \times \cos(u)$
$\cos(u)$	$-u' \times \sin(u)$

IV Exercices

Expression de $f(x)$	Expression de la dérivée $f'(x)$
$5x^2 + 11x + \frac{4}{x} + 3\ln(x)$	
$\cos(5x)$	
$\sin\left(\frac{2x}{11} + \pi\right)$	
$100\mathrm{e}^{-0,4x}$	
$\ln(5x^2 + 9)$	