1re G. Interrogation n° 5

Correction du Sujet 2

Exercice 1 (6 points)

Compléter sur l'énoncé.

1. Deux réels x et x' ont la même image sur le cercle trigonométrique ssi leur différence est un multiple de 2π.
2. $\cos(0) = 1$ $\quad$ $\sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

   $\cos(\pi) = -1$ $\quad$ $\sin(\frac{\pi}{2}) = 1$

   $\cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad$ $\sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
3. Donner deux propriétés du cosinus ou du sinus d'un réel.

   Pour tout réel x,

   a) $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

   b) $-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$ et $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$.

Exercice 2 (2 points)

Étudier si x et y ont la même image sur le cercle trigonométrique. Justifier.

x et y ont la même image sur le cercle ssi $x - y$ est un multiple de 2π.

1. $x = -\frac{51\pi}{2}$ et $y = \frac{5\pi}{2}$. $x - y = -\frac{51\pi}{2} - \frac{5\pi}{2} = \frac{56\pi}{2} = -28\pi = -14 \times 2\pi$.

   $\boxed{x \text{ et } y \text{ ont la même image sur le cercle.}}$
2. $x = \frac{7\pi}{9}$ et $y = \frac{34\pi}{9}$.

   $x - y = \frac{7\pi}{9} - \frac{34\pi}{9} = -\frac{27\pi}{9} = -3\pi$, qui n'est pas un multiple de 2π (car -3 est impair). $\boxed{x \text{ et } y \text{ n'ont pas la même image sur le cercle.}}$

Exercice 3 (8 points)

1. Placer sur le cercle ci-dessous les images des réels suivants. Aucune justification n'est demandée.

   (a) $0\,;\pi\,;\frac{\pi}{3}\,;\,-\frac{\pi}{6}\,;$

   (b) $\frac{11\pi}{2}\,;\,\frac{13\pi}{4}\,;\,\frac{47\pi}{3}\,;\,\frac{113\pi}{6}$.
2. Déterminer et justifier les valeurs exactes à l'aide des angles associés.

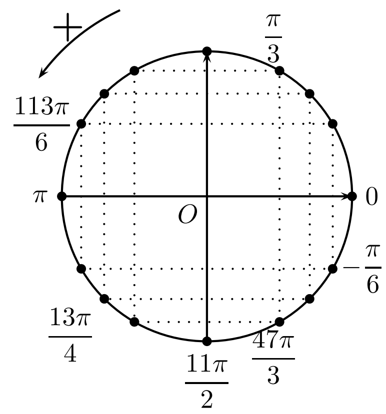
   $\sin\frac{5\pi}{4}\,;\,\cos-\frac{\pi}{3}\,;$

   $\frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$, et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sin(\pi + x) = -\sin x$.

   $\boxed{\text{Donc } \sin\frac{5\pi}{4} = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.}$

   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(-x) = \cos x$. $\quad$ $\boxed{\text{Donc } \cos-\frac{\pi}{3} = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.}$
3. Donner sans justifier les valeurs exactes de :

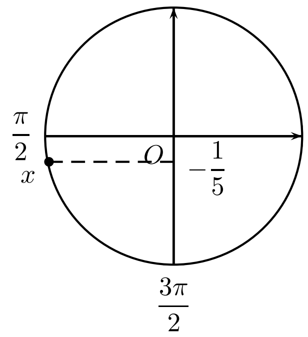
   $\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,;\,\sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}\,;\,\cos\frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\,;\,\sin\frac{15\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Exercice 4 (4 points)

Soit x le réel de l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$, tel que $\sin x = -\frac{1}{5}$.

1. Placer l'image de x sur le cercle trigonométrique.



2. Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.

   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

   Donc $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}$.

   Ainsi, $\cos x = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ ou bien $\cos x = -\sqrt{\frac{24}{25}} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

   Comme x appartient à $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$, on a $\cos x \leqslant 0$.

   Finalement, $\boxed{\cos x = -\frac{2\sqrt{6}}{5}.}$