NOM : lundi 16/12/2019

Prénom :

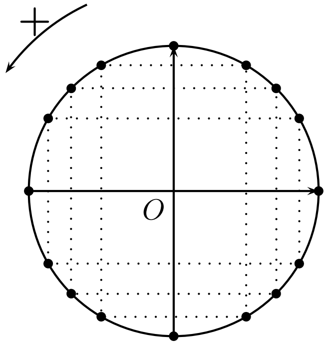
1re G. Devoir n° 5

Exercice 1 (1 point)

Placer sur le cercle ci-contre les images des réels suivants :

$\dfrac{7\pi}{2}$; $\dfrac{-3\pi}{4}$; $\dfrac{41\pi}{3}$; $\dfrac{125\pi}{6}$.

Aucune justification n'est demandée.



Exercice 2 (1 point)

Étudier si x et y ont la même image sur le cercle trigonométrique. Justifier.

1. $x = -\dfrac{17\pi}{4}$ et $y = \dfrac{15\pi}{4}$.
2. $x = \dfrac{7\pi}{9}$ et $y = \dfrac{52\pi}{9}$.

Exercice 3 (3 points)

Soit x le réel de l'intervalle $\left[\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right]$, tel que $\sin x = \dfrac{1}{4}$.

1. Placer l'image de x sur le cercle trigonométrique.
2. Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.

Exercice 4 (2 points)

Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle demandé. Aucune justification n'est demandée. On pourra s'aider du cercle trigonométrique.

1. $\cos(x) = -\dfrac{1}{2}$ dans $[0; 2\pi]$.
2. $\sin(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ dans $[0; 4\pi]$.

Exercice 5 (4 points)

Calculer l'expression de la dérivée des fonctions suivantes.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^5 + 8x^3 + 2x - 4$.
2. f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 8x^2\sqrt{x}$.
3. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{11}{5x^2+3}$.
4. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (5x-6)^3$.

Exercice 6 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]-4; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{3x}{x+4}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Justifier que f est dérivable sur $]-4; +\infty[$, puis vérifier que $f'(x) = \dfrac{12}{(x+4)^2}$.
2. Justifier que la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2 a pour équation $y = 3x + 3$.
3. Étudier la position relative de $\mathscr{C}$ et de T.
4. Soit (d) la droite d'équation $y = \dfrac{1}{3}x + 5$.
   Montrer que $\mathscr{C}$ admet une unique tangente T' parallèle à (d), et préciser les coordonnées du point de contact de $\mathscr{C}$ avec T'.

Exercice 7 (4 points + 1 bonus)

Les questions sont indépendantes.

1. Soit (a_n) la suite définie pour tout entier n par $a_n = \left(3 - \dfrac{1}{2}n\right)^2$.
   Calculer a_0, a_1 et a_2.
2. Soit (b_n) la suite définie par $b_0 = 5$ et pout tout $n \geqslant 0$, $b_{n+1} = -\dfrac{2}{3}b_n + 1$. Calculer b_1 et b_2.
3. Soit (c_n) la suite définie par $c_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $c_{n+1} = c_n - n^2 + 3$. Calculer c_1 et c_2.
4. Soit $n \geqslant 4$. On note d_n le nombre de diagonales du polygone régulier à n côtés. (on appelle diagonale toute droite reliant deux sommets non adjacents du polygone).
   (a) Donner d_4, d_5, et d_6.
   (b) Bonus : Donner une expression explicite de d_n en fonction de n. Justifier.

Exercice 8 (bonus, 1 point)

Montrer qu'il existe deux tangentes à la courbe de la fonction inverse qui passent par le point $K(-1; 2)$ (on ne demande pas de donner leur équation).