

**Préparation du devoir commun de 1re G.
Probabilités conditionnelles, indépendance**

Exercice 1 (d'après bac Polynésie juin 2021, corrigé page 2)

On désigne par x un réel appartenant à l'intervalle $[0 ; 80]$.

Une urne contient 100 petits cubes en bois dont 60 sont bleus et les autres rouges.

Parmi les cubes bleus, 40 % ont leurs faces marquées d'un cercle, 20 % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

Parmi les cubes rouges, 20 % ont leurs faces marquées d'un cercle, x % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

On tire au hasard un cube de l'urne.

On note les événements :

B : "le cube est bleu"

R : "le cube est rouge"

C : "le cube a ses faces marquées d'un cercle"

L : "le cube a ses faces marquées d'un losange"

E : "le cube a ses faces marquées d'une étoile".

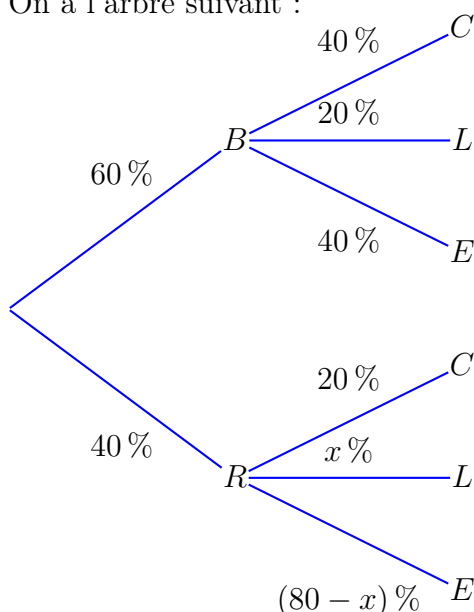
1. Représenter l'expérience par un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité que soit tiré un cube marqué d'un losange est égale à $0,12 + 0,004x$.
3. Déterminer x pour que la probabilité de tirer un cube marqué d'un losange soit égale à celle de tirer un cube marqué d'une étoile.
4. Déterminer x pour que les événements « tirer un cube bleu » et « tirer un cube marqué d'un losange » soient indépendants.
5. On suppose dans cette question que $x = 50$.
Calculer la probabilité que soit tiré un cube bleu sachant qu'il est marqué d'un losange.

Exercice 2 (n° 68 page 294 – Problème de synthèse)

Correction

1. Arbre pondéré.

On a l'arbre suivant :



2. Déterminons $P(L)$.

B et R forment une partition de l'univers.

D'après la formule des probabilités totales, la probabilité que le cube soit marqué d'un losange est :

$$P(L) = P(B \cap L) + P(R \cap L) = 0,6 \times 0,2 + 0,4 \times \frac{x}{100} = 0,12 + 0,004x.$$

3. Déterminons x pour que $P(L) = P(E)$.

De même, avec la formule des probabilités, on exprime $P(E)$.

$$P(E) = 0,6 \times 0,4 + 0,4 \times \frac{80-x}{100}.$$

$$P(L) = P(E) \quad \text{ssi} \quad 0,12 + 0,004x = 0,6 \times 0,4 + 0,4 \times \frac{80-x}{100}$$

$$\text{ssi} \quad 0,12 + 0,004x = 0,24 + 0,32 - 0,004x$$

$$\text{ssi} \quad 0,008x = 0,44$$

$$\text{ssi} \quad x = 55$$

La probabilité de tirer un cube marqué d'un losange est égale à celle de tirer un cube marqué d'une étoile pour $x = 55$.

4. Les événements « tirer un cube bleu » et « tirer un cube marqué d'un losange » sont indépendants équivaut à $P_B(L) = P(L)$.

Or, $P(L) = 0,12 + 0,004x$, et $P_B(L) = 0,2$ (direct d'après l'arbre).

$0,12 + 0,004x = 0,2$ ssi $0,004x = 0,08$ ssi $x = \frac{0,08}{0,004}$ ssi $x = 20$ B et L sont indépendants pour $x = 20$.

5. Dans cette question on suppose que $x = 50$.

$$P_L(B) = \frac{P(L \cap B)}{P(L)} = \frac{0,6 \times 0,2}{0,12 + 0,004 \times 50} = \frac{0,12}{0,32} = 0,375.$$

La probabilité que soit tiré un cube bleu sachant qu'il est marqué d'un losange est donc 0,375.