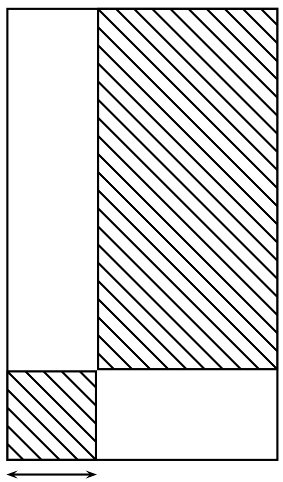
NOM : 17/10/2023
Prénom :

1re G . Devoir de mathématiques n° 2

Exercice 1 (7 points)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.
On appelle $\mathcal{P}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{P}$ avec l'axe des abscisses.
2. Étudier le signe de f sur $\mathbb{R}$. Justifier.
3. Dresser le tableau de variation de f. Justifier.
4. Soit (d) la droite d'équation $y = 2x - 3$.
   Étudier la position relative de la parabole $\mathcal{P}$ et de la droite (d).
   Indication :
   On étudie le signe de $f(x) - (2x - 3)$.

Exercice 2 (5 points)
Une carte de vœux rectangulaire, de dimensions 6 cm et 10 cm, comporte un carré et un rectangle colorés représentés ici par des hachures.
Pour des impressions en grandes quantités, on souhaite limiter la quantité d'encre pour la partie colorée.
On note x le côté du carré coloré.



1. Justifier que l'aire colorée est donnée sur $[0; 6]$ par
$$f(x) = 2x^2 - 16x + 60.$$
2. Déterminer pour quelles valeurs de x l'aire colorée ne dépasse pas la moitié de la surface totale.
   On montrera que cela conduit à l'inéquation $x^2 - 8x + 15 \leqslant 0$ sur $[0; 6]$.

Exercice 3 (6 points)
Les questions sont indépendantes.

1. Soit (a_n) la suite définie pour tout entier n par $a_n = \left(3 - \frac{1}{2}n\right)^2$.
   Calculer a_0, a_1 et a_2.
2. Soit (b_n) la suite définie par $b_0 = 5$ et pout tout $n \geqslant 0$, $b_{n+1} = -\frac{2}{3}b_n + 1$. Calculer b_1 et b_2.
3. Soit (c_n) la suite définie par $c_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $c_{n+1} = c_n - n^2 + 3$. Calculer c_1 et c_2.
4. Soit (d_n) la suite définie par $d_0 = 1$, $d_1 = 1$, et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $d_{n+2} = 3d_{n+1} + d_n$.
   Calculer d_2 et d_3.
5. Soit (k_n) la suite définie par son premier terme $k_0 = 3$ et pout tout entier $n \geqslant 0$, $k_{n+1} = 1 + \dfrac{k_n}{n+4}$.
   À l'aide de la calculatrice, donner k_{10} arrondi à 10^{-3}. Aucune justification n'est demandée.

Exercice 4 (1 point)
Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 6$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{5}{4}u_n + 13$.
Compléter la fonction Python d'argument n qui renvoie la valeur de u_n pour tout entier $n \geqslant 0$.

```
def Terme(n) :
    u=...
    for k in range(.........):
        ...
    return(u)
```

Exercice 5 (2 points)
Déterminer tous les réels a tels que l'équation $ax^2 + 13x + 1 = 0$ n'ait pas de solution réelle.

NOM : 07/11/2023
Prénom :

1re G . Devoir de mathématiques n° 2 bis

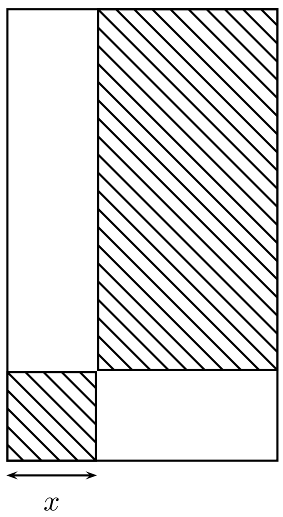
Exercice 6 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$. Justifier.
2. Dresser le tableau de signe de f. Justifier.
3. Déterminer le tableau de variation de f. Justifier.
4. En déduire le meilleur encadrement de $f(x)$ lorsque $-1 \leqslant x \leqslant 3$. Justifier.
5. Étudier la position relative de $\mathscr{C}$ et de la droite (d) d'équation $y = -5x + 2$.
   Indication : étudier le signe de $f(x) - (-5x + 2)$.

Exercice 7 (5 points)

Une carte de vœux rectangulaire, de dimensions 6 cm et 10 cm, comporte un carré et un rectangle colorés représentés ici par des hachures. Pour des impressions en grandes quantités, on souhaite limiter la quantité d'encre pour la partie colorée.
On note x le côté du carré coloré.



1. Justifier que l'aire colorée est donnée sur, $[0; 6]$ par
$$f(x) = 2x^2 - 16x + 60.$$
2. Déterminer pour quelles valeurs de x l'aire colorée ne dépasse pas la moitié de la surface totale.
   On montrera que cela conduit à l'inéquation $x^2 - 8x + 15 \leqslant 0$ sur $[0; 6]$.
3. Déterminer les dimensions du carré et du rectangle colorés pour que l'aire colorée soit minimale.

Exercice 8 (5 points)

Les questions sont indépendantes.

1. Soit (a_n) la suite définie pour tout entier n par $a_n = \left(\dfrac{n}{1+2n}\right)^2$.
   Calculer a_0, a_1 et a_2.
2. Soit (b_n) la suite définie par $b_0 = 2$ et pout tout $n \geqslant 0$, $b_{n+1} = \dfrac{3}{2}b_n + \dfrac{1}{2}$. Calculer b_1 et b_2.
3. Soit (c_n) la suite définie par $c_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $c_{n+1} = c_n + 6n - 1$. Calculer c_1 et c_2.
4. Soit (d_n) la suite définie par $d_0 = 2$, $d_1 = 5$, et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $d_{n+2} = 3d_{n+1} + d_n$.
   Calculer d_2 et d_3.
5. Soit (k_n) la suite définie par son premier terme $k_0 = 3$ et pout tout entier $n \geqslant 0$, $k_{n+1} = 1 + \dfrac{4}{5}k_n$.
   À l'aide de la calculatrice, donner k_{10} arrondi à 10^{-3}. Aucune justification n'est demandée.

Exercice 9 (2 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 6$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 5u_n + 13n$.
Compléter la fonction Python d'argument n qui renvoie la valeur de u_n pour tout entier $n \geqslant 0$.

```
def Terme(n) :
    u=...
    for k in range(.........):
        ...
    return(u)
```

Exercice 10 (2 points)

Déterminer tous les réels a tels que l'équation $ax^2 + 13x + 1 = 0$ n'ait pas de solution réelle.