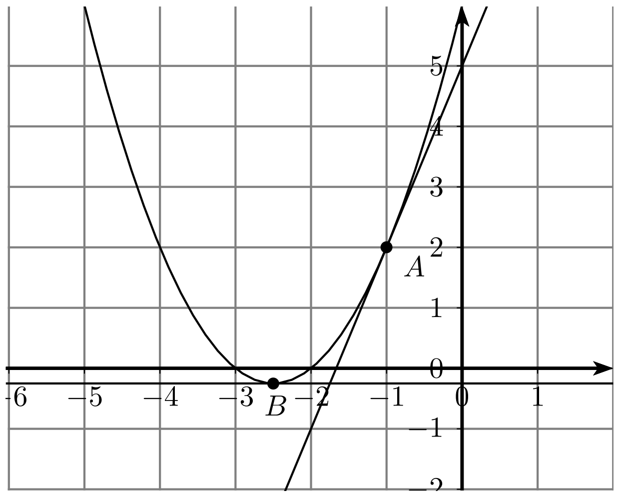
Interrogation n° 4
Correction du sujet 1

Exercice 1 (questions de cours, 3 points)

1. Compléter les formules de dérivées :
   (a) Si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{4}$, alors $f'(x) = 0$
   (b) Si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$, alors $f'(x) = 3x^2$
   (c) Si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 7x - 1$, alors $f'(x) = 7$
   (d) Si pour tout $x \neq 0$, $f(x) = \dfrac{1}{x}$, alors $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$
2. Soient u et v sont deux fonctions dérivables sur I.
   (a) La fonction $(u \times v)$ est dérivable sur I et $(u \times v)' = u'v + uv'$
   (b) Si de plus v ne s'annule pas sur I, $\left(\dfrac{u}{v}\right)$ est dérivable sur I et $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
3. Si f est dérivable en un réel a, une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a est $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

Exercice 2 (2 points)

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$, et deux tangentes à cette courbe. La tangente à la courbe au point $B(-2,5; -0,25)$ est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Déterminer graphiquement mais en justifiant $f'(-2,5)$ et $f'(-1)$.
   $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse a.
   On lit $f'(-2,5) = 0$ et $f'(-1) = 3$.
2. On admet désormais que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$f(x) = x^2 + 5x + 6.$$
   (a) Déterminer $f'(x)$.
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2x + 5$.
   (b) Retrouver par le calcul les valeurs de $f'(-2,5)$ et $f'(-1)$.
   $f'(-2,5) = 2 \times (-2,5) + 5 = 0$, et $f'(-1) = 2 \times (-1) + 5 = 3$.

Exercice 3 (5 points)

Calculer l'expression de la dérivée des fonctions suivantes.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$.
   $f'(x) = 4x^3 - 6x^2$.
2. f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = (x^2 - 1)\sqrt{x}$.
   $f'(x) = 2x\sqrt{x} + (x^2 - 1) \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{5x^2 - 1}{2\sqrt{x}}$.
3. f est définie sur $]4; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{5}{8 - 2x}$.
   $f'(x) = 5 \times \dfrac{-(-2)}{(8 - 2x)^2} = \dfrac{10}{(8 - 2x)^2}$.
4. f est définie sur $]5; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x - 5}$.
   $f'(x) = \dfrac{(2x - 3)(x - 5) - (x^2 - 3x) \times 1}{(x - 5)^2} = \dfrac{x^2 - 10x + 15}{(x - 5)^2}$.
5. f est définie sur $]-\infty; 3[$ par $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$.
   $f'(x) = -2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{6 - 2x}} = -\dfrac{1}{\sqrt{6 - 2x}}$.

Interrogation n° 4

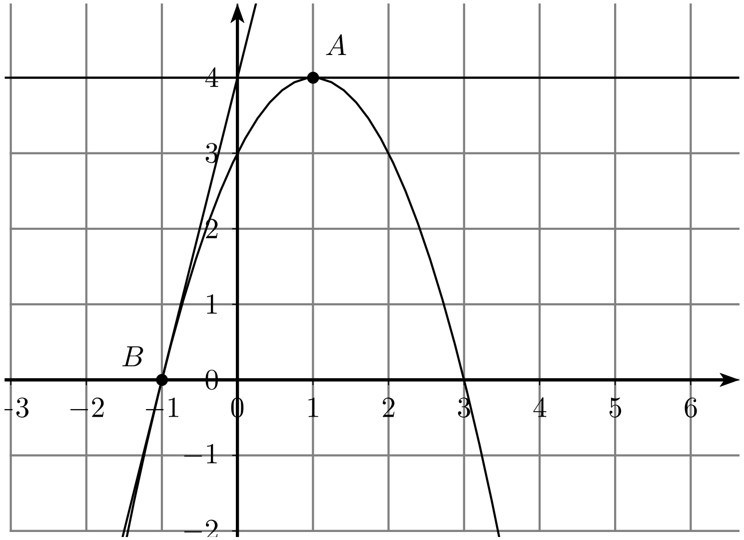
Correction du sujet 2

Exercice 4 (questions de cours, 3 points)

1. Compléter les formules de dérivées :
   (a) Si pour tout $x \in \mathbb{R}$, si $f(x) = -1$, alors $f'(x) = 0$
   (b) Si pour tout $x \in \mathbb{R}$, si $f(x) = x$, alors $f'(x) = 1$
   (c) Si pour tout $x > 0$, si $f(x) = \sqrt{x}$, $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
   (d) Si pour tout $x \in \mathbb{R}$, si $f(x) = x^6$, alors $f'(x) = 6x^5$
2. Soient u et v sont deux fonctions dérivables sur I.
   (a) Si k une constante réelle, alors $(k \times u)$ est dérivable sur I et $(k \times u)' = k \times u'$
   (b) Si de plus v ne s'annule pas sur I, alors $\left(\dfrac{1}{v}\right)$ est dérivable sur I et $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = \dfrac{-v'}{v^2}$
3. Si f est dérivable en un réel a, une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a est $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Exercice 5 (3 points)

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$, et deux tangentes à cette courbe. La tangente à la courbe au point A est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Déterminer graphiquement $f'(-1)$ et $f'(1)$. Justifier.

   $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse a.
   On lit $f'(-1) = 4$ et $f'(1) = 0$.

2. On admet désormais que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3.$$

   (a) Déterminer $f'(x)$.

   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -2x + 2$.

   (b) Retrouver par le calcul les valeurs de $f'(-1)$ et $f'(1)$.

   $f'(-1) = -2 \times (-1) + 2 = 4$, et $f'(1) = -2 \times 1 + 2 = 0$.

Exercice 6 (5 points)

Calculer l'expression de la dérivée des fonctions suivantes.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^5 + 8x^3 + 2x - 4$.

   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -5x^4 + 24x^2 + 2$.

2. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = (3-2x)\sqrt{x}$.

   Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -2\sqrt{x} + (3-2x)\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

3. f est définie sur $]3;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{11}{x^2 - 3x}$.

   Pour tout $x > 3$, $f'(x) = 11 \times \dfrac{-(2x-3)}{(x^2-3x)^2} = \dfrac{-22x+33}{(x^2-3x)^2}$.

4. f est définie sur $]-9;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{5-x}{x+9}$.

   Pour $x > -9$, $f'(x) = \dfrac{-1(x+9) - (5-x) \times 1}{(x+9)^2} = -\dfrac{14}{(x+9)^2}$.

5. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (5x-6)^3$.

   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 5 \times 3(5x-6)^2 = 15(5x-6)^2$.