1re STI2D. Interrogation n° 1
Correction du sujet 1

Exercice 1 (questions de cours, 3 points)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.
Compléter sur l'énoncé.

1. Le discriminant Δ de f est $\Delta = b^2 - 4ac$.
2. Lorque $\Delta = 0$, l'équation $f(x) = 0$ admet 1 solution : $-\dfrac{b}{2a}$.
3. Lorsque $\Delta > 0$, le tableau de signe de f est le suivant :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		signe de a	0	signe de $(-a)$	0	signe de a	

Exercice 2 (7 points)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -2x^2 + 3x - 1.$$

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
   $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 \times (-2) \times (-1) = 1 > 0$.
   $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3-1}{-4} = 1$.
   $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3+1}{-4} = \dfrac{1}{2}$.
   $\boxed{\text{Les solutions de l'équation } f(x) = 0 \text{ sont } \frac{1}{2} \text{ et } 1.}$
2. Donner le tableau de signe de f (justifier).
   Le trinôme est du signe de a, (ici $a = -2 < 0$), à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		$1/2$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3. (a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8}.$$

En développant,

$$\begin{aligned} -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8} &= -2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}\right) + \frac{1}{8} \\ &= -2x^2 + 3x - \frac{9}{8} + \frac{1}{8} \\ &= -2x^2 + 3x + 1 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Donc pour tout } x \in \mathbb{R},\ f(x) = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8}.}$$

(b) En déduire le tableau de variation de f. Justifier.
On reconnaît la forme canonique de f.
Comme $a = -2 < 0$, la parabole est tournée vers le bas.
Le sommet de la parabole est le point $S\left(\dfrac{3}{4}; \dfrac{1}{8}\right)$.

x	$-\infty$		$3/4$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$1/8$	$\searrow$	

Exercice 3 (Bonus, 2 points)
Donner l'expression d'une fonction f du second degré dont la parabole a pour sommet le point $S(2;3)$ et passant par le point $A(4;-1)$.
Comme le sommet de la parabole est le point $S(2;3)$, f admet une expression de la forme $f(x) = a(x-2)^2 + 3$.
De plus, $f(4) = -1$, donc $a(4-2)^2+3 = -1$, soit $4a+3 = -1$, et $a = -1$.
$\boxed{\text{Ainsi, } f(x) = -(x-2)^2 + 3.}$

Interrogation n° 1
Réponses du Sujet 2

Exercice 4 (questions de cours, 3 points)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.
Compléter sur l'énoncé.

1. Le discriminant Δ de f est $\Delta = b^2 - 4ac$.
2. Lorque $\Delta > 0$, l'équation $f(x) = 0$ admet 2 solutions : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.
3. Lorsque $\Delta = 0$, le tableau de signe de f est le suivant :

x	$-\infty$		$-b/(2a)$		$+\infty$
$f(x)$		signe de a	0	signe de a	

Exercice 5 (7 points)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = 2x^2 + 5x - 3.$$

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
$\Delta = 49 > 0$, $S = \left\{-3; \dfrac{1}{2}\right\}$.
2. Donner le tableau de signe de f (justifier).
$a = 2 > 0$, f est du signe de a à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		-3		$1/2$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3. (a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$f(x) = 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{49}{8}.$$
En développant,
$$\begin{aligned} 2\left(x+\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{49}{8} &= 2\left(x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16}\right) - \frac{49}{8} \\ &= 2x^2 + 5x + \frac{25}{8} - \frac{49}{8} \\ &= 2x^2 + 5x - \frac{24}{8} \\ &= 2x^2 + 5x - 3 \\ &= f(x) \end{aligned}$$
(b) En déduire le tableau de variation de f. Justifier.
$S\left(-\dfrac{5}{4}; -\dfrac{49}{8}\right)$, et $a = 2 > 0$, la parabole est tournée vers le haut.

x	$-\infty$		$-5/4$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$-49/8$	$\nearrow$	

Exercice 6 (Bonus, 2 points)
Donner l'expression d'une fonction f du second degré dont la parabole a pour sommet le point $S(2;3)$ et passant par le point $A(4;-1)$.