Correction du contrôle de mathématiques n° 1
Sujet 1

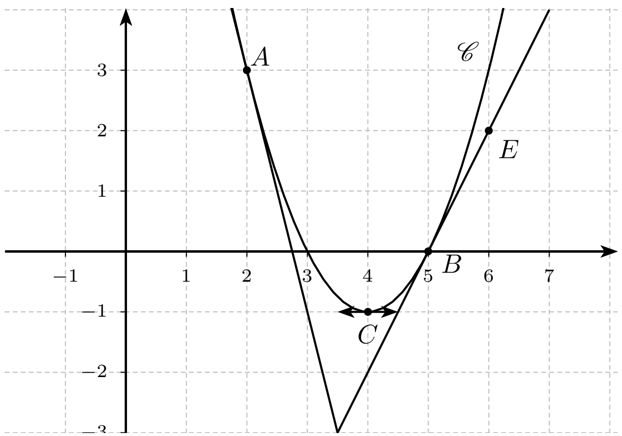
Exercice 1 (cours, 3 points)
Compléter sur l'énoncé. Aucune justification n'est attendue.

1. Soient y_1 et y_2 deux nombres strictement positifs.
   Si t est le taux de l'évolution de y_1 à y_2, alors $y_2 = y_1 \times (1+t)$.
2. Appliquer une hausse de 300 % revient à multiplier par 4.
3. Une grandeur subit successivement une hausse de 8 % et une baisse de 52%.
   Le coefficient multiplicateur global est de $(1+0,08)\times(1-0,52) = 0,5154$
   Le taux global est de $-0,4816$.

Exercice 2 (3 points)
Compléter le tableau. On ne demande pas de justifier les résultats.

valeur initiale	valeur finale	taux d'évolution	coefficient multiplicateur	évolution en pourcentage
480	552	0,15	1,15	hausse de 15 %
250	320	0,28	1,28	hausse de 28%
1250	1300	0,04	1,04	hausse de 4%

Exercice 3 (7 points)
On a tracé la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f et la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A.
La tangente au point $C(4;-1)$ est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Lire graphiquement $f(2)$ et $f(4)$. Aucune justification n'est demandée.
   $\boxed{f(2) = 3, \text{ et } f(4) = -1.}$
2. Déterminer $f'(2)$. Justifier.
   $f'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 2.
   En posant $D(3;-1)$. Cette tangente est la droite (AD).
   $\boxed{f'(2) = \dfrac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = -4.}$
3. Déterminer $f'(4)$. Justifier.
   Comme la tangente au point d'abscisse 4 est parallèle à l'axe des abscisses, $f'(4) = 0$.
4. On admet désormais que $f(x) = (x-4)^2 - 1$.
   (a) Vérifier que $f(x) = x^2 - 8x + 15$.
   En développant,
   $$\begin{aligned}(x-4)^2 - 1 &= x^2 - 2\times x\times 4 + 4^2 - 1\\ &= x^2 - 8x + 15\\ &= f(x)\end{aligned}$$
   $\boxed{\text{Donc } f(x) = x^2 - 8x + 15.}$
   (b) Calculer $f'(x)$.
   $\boxed{f'(x) = 2x - 8.}$
   (c) Retrouver par le calcul la valeur de $f'(2)$ et le nombre dérivé de la question 2.
   $f'(2) = 2\times 2 - 8 = -4$.
   $f'(4) = 2\times 4 - 8 = 0$.
   On retrouve bien par le calcul les résultats des questions 1 et 2.
   (d) Montrer que $f'(5) = 2$. Tracer la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 5. Expliquer la construction.
   $f'(5) = 2\times 5 - 8 = 2$.
   En partant de B, "on avance de 1 et on monte de 2".
   La tangente passe par $B(5;0)$ et $E(6;2)$ car le coefficient directeur de cette droite est $f'(5) = 2$.

Exercice 4 (7 points)
L'extrait de feuille de calcul ci-dessous donne partiellement le nombre de SMS* interpersonnels émis par téléphone en France lors des années 2001 à 2007.
(*) Un SMS ou Short Message Service est un message texte, également appelé texto,

envoyé d'un téléphone à un autre.
Dans les lignes 3 et 4, les cellules de la plage C3 :H4 sont au format pourcentage avec 1 décimale.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
2	Nombre de SMS interpersonnels (en millions)	3 234	5 877	8 410		12 712	15 023	19 546
3	Taux d'évolution annuel	x	81,7%	43,1%	28,8%	17,3%		30,1
4	Taux d'évolution depuis 2001	x						

Source ARCEP Volumes de la messagerie interpersonnelle

1. Calculer le nombre de millions de SMS interpersonnels émis au cours de l'année 2004 (arrondir à l'unité).
   $8410 \times 1,288 \approx 10832$.
   En 2004, il a eu environ 10832 millions de SMS envoyés.
2. Calculer le taux d'évolution du nombre de SMS de 2005 à 2006. Arrondir à 0,1%. $\dfrac{15023-12712}{12712} \approx 0,182$.
   De 2005 à 2006, le nombre de SMS a augmenté de 18,2 % environ.
3. Donner une formule qui, entrée dans la cellule C3, permet par recopie vers la droite d'obtenir la plage de cellules C3 :H3.
   On entre `=(C2-B2)/B2`.
4. En supposant qu'à partir de 2007 le nombre de SMS a augmenté de 30 % chaque année, déterminer le nombre de SMS envoyés en 2010 (au million près).
   Comme il y a 3 années de 2007 à 2010, cela revient à multiplier 3 fois par le coefficient d'une hausse de 30% en partant de la valeur de 2007.
   $19546 \times 1,3^3 \approx 42943$.
   D'après cette hypothèse, il y a eu 42 943 millions de SMS en 2010.
5. Donner une formule qui, entrée en C4, permette par recopie vers la droite d'obtenir la plage C4 :H4.
   On entre `=(C2-$B2)/$B2`.
6. Calculer la valeur qui serait alors affichée en H4.
   $t = \dfrac{19546-3234}{3234} \approx 5,044$.
   Entre 2001 et 2007, le nombre de SMS en France a augmenté de 504,4 %.

Exercice 5 (Bonus, 2 points)
Un article a été soldé avec une remise de 20%, puis le prix a subi une nouvelle baisse de 15%. Il coûte alors 87,72 euros. Déterminer le prix de l'article avant les soldes et le taux de remise par rapport à ce prix initial.
Notons y_1 le prix intial. On a

$$\begin{aligned} y_1 \times (1-0,2) \times (1-0,15) &= 87,72 \\ y_1 \times 0,8 \times 0,85 &= 87,72 \\ y_1 &= \frac{87,72}{0,8 \times 0,85} \\ y_1 &= 129 \end{aligned}$$

Le prix de départ était de 129 euros.
$t = \dfrac{87,72-129}{129} = -0,32$.
Le prix a subi une baisse globale de 32%.
Autre méthode (sans le prix de départ) :
$1+t_g = 0,8 \times 0,85 = 0,68$, donc $t_g = 0,68-1 = -0,32$.

Sujet 2

Exercice 6 (cours, 3 points)
Compléter sur l'énoncé. Aucune justification n'est attendue.

1. Soient y_1 et y_2 deux nombres strictement positifs.
   le taux de l'évolution de y_1 à y_2 est $t = \dfrac{y_2-y_1}{y_1}$.
2. Multiplier par 2,35 revient à appliquer une hausse de 135 %
3. Une grandeur subit successivement une baisse de 5 % et une hausse de 12%.
   Le coefficient multiplicateur global est de $(1-0,05) \times (1+0,12) = 1,064$
   Le taux global est de 0,064.

Exercice 7 (3 points)
Compléter le tableau. On ne demande pas de justifier les résultats.

valeur initiale	valeur finale	taux d'évolution	coefficient multiplicateur	évolution en pourcentage
3000	2910	-0,03	0,97	baisse de 3 %
7250	6815	-0,06	0,94	baisse de 6 %
812,5	1300	0,6	1,6	hausse de 60%