Correction du devoir maison n° 2

Exercice 1 (n° 66 page 31)

On pose $f(x) = (40 - 2,5x)(500 + 100x)$.

1. Montrons que f admet un maximum sur $[0; 16]$, et précisons sa valeur et pour quelle valeur de x il est est atteint.
   En développant,
   $f(x) = 20000 + 4000x - 1250x - 250x^2$
   $f(x) = -250x^2 + 2750x + 20000$.
   f est donc une fonction du second degré.
   Comme $a = -250 < 0$, la parabole est tournée vers le bas, donc f admet un maximum.
   $\alpha = \frac{-b}{2a} = -\frac{2750}{-250} = 5,5$.
   $\beta = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{2750^2 + 4 \times 250 \times 20000}{1000} = \frac{55125}{2} = 27565,5$.

   $\boxed{\text{Le maximum de } f \text{ est de } 27525{,}5 \text{ et il est atteint lorsque } x = 5,5.}$

x	0		$5,5$		16
$f(x)$	20000	$\nearrow$	$27525,5$	$\searrow$	0

2. L'organisateur d'un concert a remarqué qu'à 40 euros la place, il peut compter 500 spectateurs et que chaque baisse de 2,5 euros lui amène 100 personnes de plus.
   On suppose que l'organisateur ne s'intéresse qu'à des baisses de 2,5 euros et ses multiples.
   (a) Après x baisses de 2,5 euros, exprimer, en fonction de x, le prix d'une place, le nombre de spectateurs, et le montant de la recette du concert.
   Le prix de départ est de 40 euros.
   $\boxed{\text{Après } x \text{ baisses de 2,5 euros, le prix d'une place est de } 40 - 2,5x.}$
   $\boxed{\text{Le nombre de spectateurs est de } 500 + 100x.}$
   Enfin, Recette=(Prix unitaire)$\times$ Quantité.
   Recette $=(40 - 2,5x) \times (500 + 100x)$.
   $\boxed{\text{La recette en euros est donc la fonction } f,\ f(x) = -250x^2 + 2750x + 20000.}$
   (b) Combien l'organisateur doit-il faire payer la place pour obtenir la meilleure recette ? Justifier.
   D'après la question 1, le maximum de f est obtenu lorsque $x = 5,5$.
   D'après le contexte, x est un nombre entier.
   Avec la calculatrice, $f(5) = 27500$, et $f(6) = 27500$ (C'est logique d'obtenir le même résultat avec la symétrie de la parabole).
   $40 - 2,5 \times 5 = 27,5$.
   Et $40 - 2,5 \times 6 = 25$.
   $\boxed{\text{L'organisateur peut proposer le billet au prix de 25 euros ou de 27,5 euros. Dans les deux cas, il obtiendra la meilleure recette : 27500 euros.}}$

Exercice 2 (18 page 199)

En prenant les centres des classes pour la hauteur des vagues, on obtient :

Hossegor

hauteur (m)	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	4,25	4,75
Effectif	6	19	14	2	1	3	4

Wissant

hauteur (m)	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75
Effectif	5	19	4	5	2	3	11

1. Moyenne et écart-type. Interprétation
   À l'aide de la calculatrice, on a
   Hossegor : $\overline{x} \approx 2,29$ et $\sigma \approx 0,998$.
   Wissant : $\overline{x} \approx 2,09$ et $\sigma \approx 1,090$.
   $\boxed{\text{On observe des couples (moyenne ; écart-type) très proches sur les deux séries. Il est difficile de différencier les deux sites avec cette approche.}}$
2. Médiane.
   Hossegor :
   Il y a 49 valeurs, la médiane est la valeur centrale, qui est la 25ᵉ valeur.
   $Me = 1,75$.
   Wissant :
   Il y a 49 valeurs, la médiane est la valeur centrale, qui est la 25ᵉ valeur.
   $Me = 1,75$.
   $\boxed{\text{La médiane est la même pour les deux séries : 1,75.}}$
3. Quartiles. Écart interquartile. Interprétation.
   Hossegor
   $\frac{N}{4} = \frac{49}{4} = 12,25$. Q_1 est la 13ᵉ valeur, $Q_1 = 1,75$.
   $\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 49}{4} = 36,75$. Q_3 est la 37ᵉ valeur, $Q_3 = 2,25$.
   L'écart interquartile est donc $Q_3 - Q_1 = 2,25 - 1,75 = 0,5$.
   Wissant
   $\frac{N}{4} = \frac{49}{4} = 12,25$. Q_1 est la 13ᵉ valeur, $Q_1 = 1,25$.
   $\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 49}{4} = 36,75$. Q_3 est la 37ᵉ valeur, $Q_3 = 3,25$.
   Cette fois, l'écart interquartile est donc $Q_3 - Q_1 = 3,25 - 1,25 = 2$.
   $\boxed{\text{On observe donc un écart interquartile plus important sur le site de Wissant, ce qui montre que la série est plus dispersée, plus hétérogène. Sur le site d'Hossegor, la hauteur des vagues est plus homogène.}}$