

Exercice 1 (Ex 5 de la fiche algorithmique)

On donne l'algorithme suivant :

Variables a, b, c, d, e, f sont des nombres.

Entrer a
 b prend la valeur $3 \times a$
 c prend la valeur $b - 1$
 d prend la valeur $c \times c$
 e prend la valeur $9 \times a \times a$
 f prend la valeur $d - e$
 Afficher f

1. Que renvoie l'algorithme lorsque l'on entre $a = 0$? $a = -2$?
 Pour $a = 0$, on a successivement : $b = 0, c = -1, d = 1, e = 0$,
 et enfin $f = 1$.
 Il affiche 1.
 Pour $a = -2$, on a : $b = -6, c = -7, d = 49, e = 36$, et
 $f = 13$.
 Il affiche donc 13.

2. Quelle est l'expression de la fonction associée à cet algorithme ?

$$f(x) = (3x - 1)^2 - 9x^2.$$

3. Pour quelle valeur de a peut-on faire afficher $f = -12071$?

En développant, on a pour tout x réel,

$$f(x) = (3x - 1)^2 - 9x^2$$

$$f(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 = -6x + 1.$$

On résout l'équation $f(x) = -12071$.

$$-6x + 1 = -12071, -6x = -12072,$$

$$\text{donc } x = \frac{12072}{6} = 2012.$$

Il faut entrer $a = 2012$ pour obtenir -12071 en sortie.

Exercice 2

Un cheveu humain pousse à une vitesse d'environ 160×10^{-7} m/h.

Un cheveu mesure 3,7 cm.

Quelle sera sa longueur, en cm, dans 60 jours ?

1 cm = 10^{-2} m, et 1 jour = 24 h.

On rappelle que vitesse = $\frac{\text{distance}}{\text{temps}}$, ou $V = \frac{D}{T}$

Donc $D = T \times V = (60 \times 24) \times 160 \times 10^{-7} = 0,02304$.

En 60 jours, la longueur du cheveu a augmenté de 0,02304 m, soit 2,304 cm.

$3,7 + 2,304 = 6,004$.

Au bout de 60 jours, le cheveu devrait mesurer 6 cm environ.

Exercice 3

1. Déterminer la nature des nombres : $a = (1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7})$,

$$b = 11 - \frac{3}{5}.$$

$$a = (1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7}) = 1^2 - (\sqrt{7})^2 = 1 - 7 = -6. \text{ Donc } a \in \mathbb{Z}.$$

$$b = 11 - \frac{3}{5} = \frac{55 - 3}{5} = \frac{52}{5} = \frac{104}{10} = 10,4. \text{ Donc } b \in \mathbb{D}.$$

2. Montrer que le nombre $\frac{1}{9}$ n'est pas décimal.

Indication : utiliser un raisonnement par l'absurde, (voir exemple de cours).

On raisonne par l'absurde.

On suppose donc que $\frac{1}{9}$ est un nombre décimal.

Il existe un entier relatif a et un entier naturel n tels que

$$\frac{1}{9} = \frac{a}{10^n}, \text{ et donc, par produit en croix, } 10^n = 9a.$$

Ainsi, 10^n est multiple de 9.

Or, l'écriture de 10^n est composée d'un 1 et de 0, donc quel que soit $n \in \mathbb{N}$, la somme des chiffres de 10^n est 1, et 10^n n'est jamais multiple de 9.

On a obtenu une contradiction.

On en déduit que l'hypothèse de départ ($\frac{1}{9}$ est décimal) est fausse.

Conclusion : $\frac{1}{9}$ n'est pas décimal.