Seconde
Devoir maison n° 2
À rendre pour le lundi 21 septembre 2020

Soin :

— respect de la numérotation des exercices et des questions
— utiliser la règle pour les traits longs (ex : tableau)
— écriture lisible et aérée. Sauter des lignes entre les questions
— copie sans rature

Qualité de la rédaction :

— respect des notations mathématiques
— pas de faute d'orthographe
— écrire des phrases de conclusion (en français ou en langage mathématique)
— qualité ne veut pas dire quantité : écrire le nécessaire dans un langage précis, sans superflu.

Exercice 1

1. Déterminer l'écriture scientifique des nombres suivants :
$a = 384\,000$
$b = 0,002\,054\,1$
$c = \dfrac{54 \times 10^4}{2 \times 10^{-12}}$
$d = 23 \times 10^{-14} + 12,541 \times 10^{-11}$
2. On donne les informations suivantes :
$\dfrac{1}{\sqrt{7}} \approx 0,377\,964\,473.$ $\dfrac{3}{\pi - 4} \approx -3,494\,844\,274.$
(a) Donner l'arrondi à 10^{-4} près de $\dfrac{1}{\sqrt{7}}$.
(b) Donner un encadrement d'amplitude 10^{-3} de $\dfrac{3}{\pi - 4}$.

Exercice 2

Écrire les nombres suivants sous la forme $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ où a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs (positifs ou négatifs) :

$x = \left(\dfrac{21}{4^2}\right)^{-3} \times \left(\dfrac{35}{6}\right)^5$ $y = \dfrac{(140^{-3})^2}{0.03^2 \times 12^{-1}}$.

Exercice 3

Écrire les nombres sous la forme $k\sqrt{5}$ où k est un nombre entier. Justifier.
$A = 11\sqrt{20} - 4\sqrt{45} + \sqrt{180}$
$B = -7\sqrt{5} + \sqrt{500} + \sqrt{245}$

Exercice 4 (facultatif, $\sqrt{2}$ est irrationnel)

Le but de cet exercice est de démontrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.
On rappelle que si un entier n est pair, il peut s'écrire $n = 2k$, où k est un nombre entier. Si n est impair, il peut s'écrire $n = 2k + 1$, avec k entier.

Première partie

1. Soit n un nombre entier naturel. Montrer que si n est impair alors n^2 est impair.
2. En déduire que si n^2 est pair, alors n est pair.

Deuxième partie : raisonnement par l'absurde.

On suppose que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel.
Il peut s'écrire $\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$ avec p et q entiers, et $PGCD(p, q) = 1$.
On peut en effet supposer que la fraction est sous forme irréductible.

1. Montrer que $p^2 = 2q^2$. En déduire que p^2 est pair, puis que p est pair.
2. Montrer qu'alors q^2 est pair et en déduire que q est pair.
3. Mettre en évidence une contradiction et en tirer une conclusion sur l'hypothèse de départ.