

Exercices sur les généralités sur les fonctions

Exercice 1

On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-4; 7]$.

x	-4	2	7
$f(x)$	1	6	-3

On justifiera les réponses.

1. (a) Déterminer le tableau de variation de la fonction u définie par $u(x) = -\frac{1}{3}f(x) + 4$.
- (b) Que peut-on dire du signe de u sur $[-4; 7]$?
- (c) Déterminer le tableau de variation de la fonction g définie par

$$g(x) = \sqrt{-\frac{1}{3}f(x) + 4}.$$

2. Soit h la fonction définie par $h(x) = -\frac{3}{f(x) + 4}$.
- (a) Justifier que h est bien définie sur $[-4; 7]$.
- (b) Déterminer le tableau de variation de h .
- (c) En déduire le meilleur encadrement possible de $h(x)$ pour $2 \leq x \leq 7$.

Exercice 2

On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-1; 3]$.

x	-1	1	3
$f(x)$	-4	-6	-3

On justifiera les réponses.

1. (a) Déterminer le tableau de variation de la fonction u définie par $u(x) = -3f(x) - 5$
- (b) Que peut-on dire du signe de u sur $[-1; 3]$?
- (c) Déterminer le tableau de variation de la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{-3f(x) - 5}$
2. Soit h la fonction définie par $h(x) = -\frac{12}{f(x)}$.
- (a) Justifier que h est bien définie sur $[-1; 3]$.
- (b) Déterminer le tableau de variation de h .
- (c) En déduire le meilleur encadrement possible de $h(x)$ pour $-1 \leq x \leq 1$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

1. Montrer que pour tout réels a et b de $]0; +\infty[$, on a :

$$f(b) - f(a) = (b - a) \left(1 - \frac{1}{ab}\right)$$

2. Montrer que f est croissante sur $[1; +\infty[$.
3. Quel est le sens de variation sur $]0; 1]$?
4. Montrer que pour tout réel x de $]0; +\infty[$, on a $x + \frac{1}{x} \geq 2$.

Exercice 4

1. Soit u la fonction définie sur \mathbb{R} par $u(x) = x^2 - 6x + 11$
 - (a) Étudier les variations de u .
 - (b) Étudier le signe de u .
2. Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$.
 - (a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
 - (b) Déterminer le sens de variation de f .