

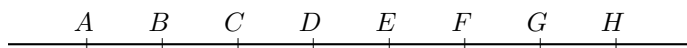
### Interrogation n° 3. Correction du Sujet 1

#### Exercice 1 (cours, 3 points)

- $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$
- Expression en repère orthonormé :  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$
- $\vec{u} \perp \vec{v}$  si et seulement si  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

#### Exercice 2 (2 points)

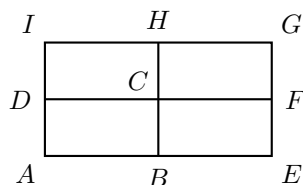
On donne  $AB = 1$ .



- $\vec{CE} \cdot \vec{CG} = CE \times CG = 2 \times 4 = 8$
- $\vec{EF} \cdot \vec{EA} = -EF \times EA = -1 \times 4 = -4$

#### Exercice 3 (3 points)

On donne  $AB = BE = 4$ , et  $AD = DI = 2$ .



- $\vec{AB} \cdot \vec{DG} = \vec{AB} \cdot \vec{AE} = AB \times AE = 4 \times 8 = 32$ .
- $\vec{AD} \cdot \vec{CF} = \vec{AD} \cdot \vec{DD} = AD \times 0 = 0$ .
- $\vec{AD} \cdot \vec{HE} = \vec{AD} \cdot \vec{IA} = -AD \times IA = -2 \times 4 = -8$ .

#### Exercice 4 (2 points)

Dans chaque cas, calculer le produit scalaire  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

- $ABC$  un triangle équilatéral de côté  $AB = 10$ .  
Avec la formule du cosinus,

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos \widehat{BAC} = 10 \times 10 \times \cos \frac{\pi}{3} = 100 \times \frac{1}{2} = 50.$$

- $ABC$  est un triangle rectangle isocèle en  $A$  et  $AB = 1$ .

Comme  $ABC$  est rectangle en  $A$ ,  $(AB) \perp (AC)$ , et  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ .

#### Exercice 5 (5 points)

Dans un repère orthonormé, on donne les points  $E(1; -4)$ ,  $F(5; 3)$ , et  $G(-2; -5)$ .

- Montrer que  $\vec{EF} \cdot \vec{EG} = -19$ .  
 $\vec{EF}(x_F - x_E; y_F - y_E)$ , donc  $\vec{EF}(4; 7)$ . De même,  $\vec{EG}(-3; -1)$ .

$$\text{Alors } \vec{EF} \cdot \vec{EG} = xx' + yy' = 4 \times (-3) + 7 \times (-1) = -12 - 7 = -19.$$

- Calculer  $EF$  et  $EG$ .

$$EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}.$$

$$EG = \sqrt{(x_G - x_E)^2 + (y_G - y_E)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}.$$

- En déduire la valeur exacte de  $\cos(\widehat{FEG})$ , puis la mesure de l'angle  $\widehat{FEG}$  arrondie à un degré près.

$$\vec{EF} \cdot \vec{EG} = EF \times EG \times \cos(\widehat{FEG}).$$

$$\text{Donc } \cos(\widehat{FEG}) = \frac{\vec{EF} \cdot \vec{EG}}{EF \times EG} = \frac{-19}{\sqrt{65} \times \sqrt{10}}.$$

À la calculatrice on obtient  $\widehat{FEG} \approx 138^\circ$  (138 degrés).

#### Exercice 6 (5 points)

Les questions sont indépendantes.

$$1. \left(\frac{1000}{0,1}\right)^{-4} = \left(\frac{10^3}{10^{-1}}\right)^{-4} = (10^4)^{-4} = 10^{-16}$$

$$2. 9^{-4} \times 3^5 \times 81 = (3^2)^{-4} \times 3^5 \times 3^4 = 3^{-8+5+4} = 3^1 = 3$$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{1}{3}x - \frac{4}{5} = 2x + 1$ .

$$\frac{5x - 12}{15} = 2x + 1, \text{ puis } 5x - 12 = 15(2x + 1), \text{ et } 25x = -27, \quad x = -\frac{27}{25}.$$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $2 - x < 11 + 4x$ .

$$2 - x < 11 + 4x, \quad -5x < 9, \text{ et donc } x > -\frac{9}{5}.$$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $-2x(2x + 7) = 0$ .

$$x = 0 \text{ ou } (2x + 7) = 0, \text{ soit } x = 0 \text{ ou } x = -\frac{7}{2}. \quad \text{Les solutions sont } 0 \text{ et } -\frac{7}{2}.$$

- Déterminer le tableau de signe sur  $\mathbb{R}$  de  $G(x) = (6x + 5)(12 - 3x)$ .

Valeurs clés :  $6x + 5 = 0$  ssi  $x = -\frac{5}{6}$ , et  $12 - 3x = 0$  ssi  $x = 4$ .

$x$	$-\infty$	$-5/6$	$4$	$+\infty$		
$6x + 5$		-	0	+	+	
$12 - 3x$		+	+	0	-	
$G(x)$		-	0	+	0	-

#### Exercice 7 (bonus, 1 point)

$\vec{u}(2; -5)$  est bien orthogonal à  $\vec{v}(5; 2)$  car  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5 \times 2 + 2 \times (-5) = 0$ .

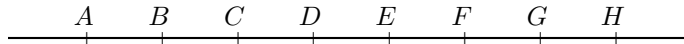
### Interrogation n° 3. Correction du sujet 2

#### Exercice 8 (cours, 3 points)

- Formule du cosinus.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}; \vec{v})$ .
- Expression en repère orthonormé.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$
- Dans un repère orthonormé, soit  $\vec{u}(x; y)$ .  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

#### Exercice 9 (2 points)

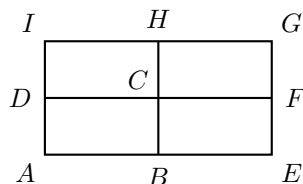
On donne  $AB = 1$ .



- $\vec{DA} \cdot \vec{DF} = -DA \times DF = -3 \times 2 = -6$
- $\vec{EC} \cdot \vec{EB} = EC \times EB = 2 \times 3 = 6$

#### Exercice 10 (3 points)

On donne  $AB = BE = 4$ , et  $AD = DI = 2$ .



- $\vec{AB} \cdot \vec{BI} = \vec{AB} \cdot \vec{BA} = -AB \times BA = -6 \times 6 = -36$ .
- $\vec{AB} \cdot \vec{EG} = \vec{AB} \cdot \vec{EE} = AB \times 0 = 0$ .
- $\vec{AD} \cdot \vec{BG} = \vec{AD} \cdot \vec{AI} = AD \times IA = 3 \times 6 = 18$ .

#### Exercice 11 (2 points)

Dans chaque cas, calculer  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

- On donne  $\|\vec{u}\| = 1$ ,  $\|\vec{v}\| = 3$ , et  $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{2}$ .

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}; \vec{v}) = 1 \times 3 \times \cos \frac{\pi}{2} = 3 \times 0 = 0.$$

- On donne  $\|\vec{u}\| = 4$ ,  $\|\vec{v}\| = 7$ , et  $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{2\pi}{3}$ .

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}; \vec{v}) = 4 \times 7 \times \cos \frac{2\pi}{3} = 28 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -14.$$

#### Exercice 12 (5 points)

Dans un repère orthonormé, on donne les points  $A(-2; -5)$ ,  $B(1; -4)$ , et  $C(5; 3)$

- Montrer que  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 29$ .  
 $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$ ,  $\vec{AB}(1 - (-2); -4 - (-5))$ , soit  $\vec{AB}(3; 1)$ .  
 De même,  $\vec{AC}(7; 8)$ .

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = xx' + yy' = 3 \times 7 + 1 \times 8 = 29.$$

- Calculer  $AB$  et  $AC$ .

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{7^2 + 8^2} = \sqrt{113}.$$

- En déduire la valeur exacte de  $\cos(\widehat{BAC})$ , puis la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$  arrondie à un degré près.

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}).$$

$$\text{Donc } \cos(\widehat{BAC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{AB \times AC} = \frac{29}{\sqrt{113} \times \sqrt{10}}.$$

À la calculatrice on obtient  $\widehat{FEG} \approx 30^\circ$  (30 degrés).

#### Exercice 13 (5 points)

Les questions sont indépendantes.

$$1. \frac{100^3}{0,01^2} = \frac{(10^2)^3}{(10^{-2})^2} = \frac{10^6}{10^{-4}} = 10^{10}$$

$$2. \frac{4^3 \times 2^{-3}}{8^5} = \frac{2^6 \times 2^{-3}}{(2^3)^5} = \frac{2^3}{2^{15}} = 2^{-12}$$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{4}{3}x - \frac{1}{2} = 3x + 1$ .

$$\frac{8x - 3}{6} = 3x + 1, \text{ puis } 8x - 3 = 6(3x + 1), \text{ donc } 10x = -9, \boxed{x = -0,9}.$$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $2 - 6x < 1 + x$ .

$$2 - 6x < 1 + x, -7x < -1, \boxed{x > \frac{1}{7}}.$$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $3x(5x + 1) = 0$ .

$$(x = 0 \text{ ou } 5x + 1 = 0), \text{ soit } (x = 0 \text{ ou } x = -0,2),$$

les solutions sont 0 et  $-0,2$ .

- Déterminer le tableau de signe sur  $\mathbb{R}$  de  $G(x) = (3x + 1)(2 - x)$ .

Valeurs clés :  $3x + 1 = 0$  ssi  $x = -\frac{1}{3}$ , et  $2 - x = 0$  ssi  $x = 2$ .

$x$	$-\infty$	$-1/3$	$2$	$+\infty$
$3x + 1$		-	0	+
$2 - x$		+	+	0
$G(x)$		-	0	+

#### Exercice 14 (bonus, 1 point)

$$\vec{u}(2; -5) \text{ est bien orthogonal à } \vec{v}(5; 2) \text{ car } \vec{u} \cdot \vec{v} = 5 \times 2 + 2 \times (-5) = 0.$$