

Exercice 1 :**Partie A**

ABCD est un carré de côté 1. On construit les points E et F tels que $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{2} \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{BC}$.

Démontrer que les droites (AF) et (BE) sont perpendiculaires :

- En se plaçant dans le repère orthonormé (B ; \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BA}) : (on a alors B(0 ;0), C(1 ; 0) et A(0 ;1))
- En décomposant \overrightarrow{AF} et \overrightarrow{BF} .

Partie B

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points A(1 ; 3), B(-3 ; 2) et C(6 ; -4)

- Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$
- En déduire les mesures des angles du triangle ABC.

Exercice 2 :

Une usine fabrique deux types de jouets, 60% sont des jouets nécessitant des piles, le reste étant des jouets uniquement mécaniques (fonctionnant sans électricité).

En sortie de production, on observe que 3% des jouets à piles ont un défaut nécessitant de passer par une étape supplémentaire de production appelé rectification. Et 1% des jouets mécaniques ont un défaut nécessitant de passer par la rectification.

On note les évènements :

I : « le jouet est un jouet à pile » et E : « le jouet doit passer par l'étape de rectification ».

- Traduire la situation par un arbre pondéré.
- On choisit au hasard un jouet en sortie d'usine. Quelle est la probabilité que ce soit un jouet à pile passé par l'étape de rectification ?
- On choisit maintenant un jouet parmi les jouets qui ne sont pas passés par l'étape de rectification. Quelle est la probabilité que ce soit un jouet à piles ?
- Montrer que la probabilité qu'un jouet soit passé par l'étape de rectification est 0,022.
 - Pour l'usine, la vente d'un jouet qui ne passe pas par l'étape de rectification rapporte 12€. En revanche, un jouet passé par l'étape de rectification lui coûte au final 0,50€.

On note X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique de l'entreprise pour la production d'un jouet. Quelles sont les valeurs de X ?

- Etablir la loi de probabilité de X.
- L'usine produit 80 jouets par jour en travaillant 298 jours par an. Quel est le gain moyen que peut espérer l'entreprise pour une année de production ?

Exercice 3 :**Partie A**

On considère la fonction f définie sur $[0,5 ; 8]$ par : $f(x) = (-4x^2 + 5)e^{-x} + 3$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0,5 ; 8]$.

- 1) Démontrer que, pour tout réel x de $[0,5 ; 8]$, on a : $f'(x) = (4x^2 - 8x - 5)e^{-x}$.
- 2) Etudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[0,5 ; 8]$ et en déduire les variations de f .
- 3) On considère l'équation $f(x) = 3$.
Déterminer par le calcul son unique solution dans l'intervalle $[0,5 ; 8]$. En donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

Partie B

Une entreprise produit de la peinture qu'elle vend ensuite en totalité.

Le coût moyen unitaire de production peut être modélisé par la fonction f de la **partie A** : pour x hectolitres de peinture fabriquées (avec $x \in [0,5 ; 8]$), le nombre $f(x)$ désigne le coût moyen unitaire de production par hectolitre de peinture, exprimé en centaine d'euros (on rappelle qu'un hectolitre est égal à 100 litres).

Dans la suite de l'exercice, on utilisera ce modèle. On pourra utiliser les résultats de la **partie A**.

1. Déterminer le coût moyen unitaire de production en euro, arrondi à l'euro près, pour une production de 500 litres de peinture.
2. Combien de litres de peinture l'entreprise doit-elle produire pour minimiser le coût moyen unitaire de production ? quel est alors ce coût, arrondi à l'euro près ?

Exercice 4 :

En 2015, la ferme Bernard décide de cultiver 2 hectares selon le mode de production biologique et d'augmenter cette surface de production de 20% par an les années suivantes.

On note S_n la surface, en hectare, cultivée selon le mode de production biologique durant l'année «2015+n».

1. Quelle sera la surface cultivée en hectare selon le mode de production biologique durant l'année 2016, puis durant l'année 2017 ?
2. Quelle est la nature de la suite (S_n) ? Justifier.
3. Exprimer S_n en fonction de n .
4. La ferme Bernard dispose d'une surface de 10 hectares. Durant quelle année la totalité de la ferme sera cultivée selon le mode de production biologique ? Expliquer la méthode utilisée.