

**Exercice 1 :****Partie A**

ABCD est un carré de côté 1. On construit les points E et F tels que  $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{2} \overrightarrow{CD}$  et  $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{BC}$ .

Démontrer que les droites (AF) et (BE) sont perpendiculaires :

- En se plaçant dans le repère orthonormé  $(B; \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$  : ( on a alors  $B(0;0)$ ,  $C(1;0)$  et  $A(0;1)$ )
- En décomposant  $\overrightarrow{AF}$  et  $\overrightarrow{BE}$ .

**Partie B**

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points  $A(1;3)$ ,  $B(-3;2)$  et  $C(6;-4)$

- Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$
- En déduire les mesures des angles du triangle ABC.

**Exercice 2 :**

Une usine fabrique deux types de jouets, 60% sont des jouets nécessitant des piles, le reste étant des jouets uniquement mécaniques (fonctionnant sans électricité).

En sortie de production, on observe que 3% des jouets à piles ont un défaut nécessitant de passer par une étape supplémentaire de production appelé rectification. Et 1% des jouets mécaniques ont un défaut nécessitant de passer par la rectification.

On note les évènements :

I : « le jouet est un jouet à pile » et E : « le jouet doit passer par l'étape de rectification ».

- Traduire la situation par un arbre pondéré.
- On choisit au hasard un jouet en sortie d'usine. Quelle est la probabilité que ce soit un jouet à pile passé par l'étape de rectification ?
- On choisit maintenant un jouet parmi les jouets qui ne sont pas passés par l'étape de rectification. Quelle est la probabilité que ce soit un jouet à piles ?
- Montrer que la probabilité qu'un jouet soit passé par l'étape de rectification est 0,022.
  - Pour l'usine, la vente d'un jouet qui ne passe pas par l'étape de rectification rapporte 12€. En revanche, un jouet passé par l'étape de rectification lui coûte au final 0,50€.

On note X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique de l'entreprise pour la production d'un jouet. Quelles sont les valeurs de X ?

- Etablir la loi de probabilité de X.
- L'usine produit 80 jouets par jour en travaillant 298 jours par an. Quel est le gain moyen que peut espérer l'entreprise pour une année de production ?

**Exercice 3 :****Partie A**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0,5 ; 8]$  par :  $f(x) = (-4x^2 + 5)e^{-x} + 3$

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 8]$ .

- 1) Démontrer que, pour tout réel  $x$  de  $[0,5 ; 8]$ , on a :  $f'(x) = (4x^2 - 8x - 5)e^{-x}$ .
- 2) Etudier le signe de la fonction  $f'$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 8]$  et en déduire les variations de  $f$ .
- 3) On considère l'équation  $f(x) = 3$ .  
Déterminer par le calcul son unique solution dans l'intervalle  $[0,5 ; 8]$ . En donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près.

**Partie B**

Une entreprise produit de la peinture qu'elle vend ensuite en totalité.

Le coût moyen unitaire de production peut être modélisé par la fonction  $f$  de la **partie A** : pour  $x$  hectolitres de peinture fabriquées (avec  $x \in [0,5 ; 8]$ ), le nombre  $f(x)$  désigne le coût moyen unitaire de production par hectolitre de peinture, exprimé en centaine d'euros (on rappelle qu'un hectolitre est égal à 100 litres).

Dans la suite de l'exercice, on utilisera ce modèle. On pourra utiliser les résultats de la **partie A**.

1. Déterminer le coût moyen unitaire de production en euro, arrondi à l'euro près, pour une production de 500 litres de peinture.
2. Combien de litres de peinture l'entreprise doit-elle produire pour minimiser le coût moyen unitaire de production ? quel est alors ce coût, arrondi à l'euro près ?

**Exercice 4 :**

En 2015, la ferme Bernard décide de cultiver 2 hectares selon le mode de production biologique et d'augmenter cette surface de production de 20% par an les années suivantes.

On note  $S_n$  la surface, en hectare, cultivée selon le mode de production biologique durant l'année «2015+n».

1. Quelle sera la surface cultivée en hectare selon le mode de production biologique durant l'année 2016, puis durant l'année 2017 ?
2. Quelle est la nature de la suite  $(S_n)$  ? Justifier.
3. Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .
4. La ferme Bernard dispose d'une surface de 10 hectares. Durant quelle année la totalité de la ferme sera cultivée selon le mode de production biologique ? Expliquer la méthode utilisée.