2de 1 - Mathématiques
Correction du travail à distance n°2 du mardi 31/03/2020

Exercice 1 (33 page 241)

x	-5		-2		0		1
$f(x)$			4				3
	-1	↗		↘	0	↗	

1. $f(-1) = 0$: on ne peut pas savoir, on peut seulement dire $0 \leqslant f(-1) \leqslant 4$.
2. $f(-4) > f(-2)$: faux. f est croissante$<$ sur $[-5; -2]$, donc $f(-4) \leqslant f(-2)$.
3. $f(1) > f(2)$: faux $f(2)$ n'existe pas, f est définie sur $[-5; 1]$ (sans doute une erreur d'énoncé ici)
4. $f(1) = -2$: faux, $f(1) = 3$ d'après le tableau
5. $f(-2) > 1$: vrai, $f(-2) = 4$ d'après le tableau, et $4 > -1$.
6. $f(-4) < f(0)$: on ne peut pas savoir. En effet, on sait que $-1 \leqslant f(-4) \leqslant 4$, et $f(0) = 0$. Cela ne suffit pas pour comparer $f(-4)$ et $f(0)$.

Exercice 2 (34 page 241)

x	-6		-2		4		6
$f(x)$	10				0		
		↘	-1	↗		↘	-4

1. Comme $0 \in [-2; 4]$, et f est croissante sur $[-2; 4]$, on a $f(-2) \leqslant f(0) \leqslant f(4)$, soit $-1 \leqslant f(0) \leqslant 1$.
2. -1 a deux antécédents par f.
3. 0 a deux antécédents par f.

Exercice 3 (45 page 242)

x	-10		-7		0		3
$f(x)$			5				6
	0	↗		↘	-4	↗	

1. Sur l'intervalle $[-10; 3]$, le maximum de f est 6 et le minimum est -4.
2. Sur l'intervalle $[-10; 0]$, le maximum de f est 5 et le minimum est -4.
3. Sur l'intervalle $[-7; 3]$, le maximum de f est 6 et le minimum est -4.

Exercice 4 (46 page 242)

x	3		$4,5$		$10,4$		13
$h(x)$	0				16		
		↘	-5	↗		↘	1

Pour donner le meilleur encadrement possible (le plus petit possible), on prend le minimum et le maximum de la fonction sur l'intervalle demandé.

1. Pour tout $x \in [3; 4,5]$, $-5 \leqslant h(x) \leqslant 0$
2. Pour tout $x \in [3; 10,4]$, $-5 \leqslant h(x) \leqslant 16$
3. Pour tout $x \in [3; 13]$, $-5 \leqslant h(x) \leqslant 16$

Exercice 5 (47 page 242)

x	-2		-1		1		4
$f(x)$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	6	$\searrow$	4

1. Le maximum de f sur $[-2; 4]$ est 6 (il est atteint pour $x = 1$).
2. Le minimum de f sur $[-2; 4]$ est 1 (atteint en -1).
3. Pour tout $x \in [-2; 1]$, $1 \leqslant f(x) \leqslant 6$
4. Pour tout $x \in [-1; 4]$, $1 \leqslant f(x) \leqslant 6$

Exercice 6 (48page 243)
D'après l'énoncé, f a le tableau de variation suivant :

x	-2		0		3
$f(x)$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	6

1. Le maximum de f sur $[-2; 3]$ est 6 (il est atteint pour $x = 3$).
2. Sur $[-2; 3]$, le minimum est -1 et le maximum est 6.
   Pour tout $x \in [-2; 3]$, $-1 \leqslant f(x) \leqslant 6$.
3. Lorsque $x \in [-2; 0]$, $-1 \leqslant f(x) \leqslant 3$.

Exercice 7 (74 page 247)
Le coût de production, pour n maisons vendues, est $C(n) = 0,002n^2 + 2n + 4000$.
Chaque maison pour chat est vendue 11 euros. On note $B(n)$ le bénéfice.

1. Bénéfice = Recettes − Coûts.
   Les recettes sont données par $R(n) =$prix $\times$ quantité $= 11n$.
   Donc $B(n) = R(n) - C(n) = 11n - (0,002n^2 + 2n + 4000) = -0,002n^2 + 9n - 4000$.
2. Vérifions que $B(n) - B(2250) = -0,002(n - 2250)^2$.
   D'une part, en développant,
   $-0,002(n - 2250)^2 = -0,002(n^2 - 2 \times 2250n + 2250^2)$
   $-0,002(n - 2250)^2 = -0,002(n^2 - 4500n + 5062500)$
   $-0,002(n - 2250)^2 = -0,002n^2 + 9n - 10125$.
   D'autre part, $B(2250) = 6125$.
   Donc $B(n) - B(2250) = -0,002n^2 + 9n - 4000 - 6125 = -0,002n^2 + 9n - 10125$.
   Ainsi, on a bien $B(n) - B(2250) = -0,002(n - 2250)^2$.
3. En déduire le maximum de la fonction B et conclure.
   Comme un carré est toujours positif, pour tout entier n, $(n - 2250)^2 \geqslant 0$, et, en multipliant par $-0,002 < 0$, $B(n) - B(2250) = -0,002(n - 2250)^2 \leqslant 0$.
   Donc, pour tout entier n, $B(n) \leqslant B(2250)$.

Cela prouve que le bénéfice maximal est $B(2250) = 6125$.

Il faut produire et vendre 2250 maisons pour chats pour réaliser le bénéfice maximal. Ce bénéfice maximal est de 6125 euros.

Exercice 8 (62 page 52, identités remarquables)

1. $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$
2. $(-2x+4)^2 = 4x^2 - 16x + 16$
3. $(x-10)^2 = x^2 - 20x + 100$
4. $(2x-10)^2 = 4x^2 - 40x + 100$
5. $(-10x-2)^2 = 100x^2 + 40x + 4$
6. $(10x-2)(10x+2) = 100x^2 - 4$

Exercice 9 (63 page 52)

1. $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$
2. $99^2 = (100-1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$

Exercice 10 (64 page 52)

1. $(3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$
2. Avec $x = 100$; $(301)^2 = 90\,000 + 600 + 1 = 90601$

Exercice 11 (65 page 52)

$(3x-2)^2 + (x+6)^2 = 9x^2 - 12x + 4 + x^2 + 12x + 36 = 10x^2 + 40$.

Exercice 12 (66 page 52)

1. $y^2 - 10y + 25 = (y-5)^2$
2. $y^2 + 10y + 25 = (y+5)^2$
3. $y^2 - 49 = (y-7)(y+7)$
4. $4x^2 - 36 = (2x+6)(2x-6)$
5. $36x^2 - 12x + 1 = (6x-1)^2$
6. $20 - 5x^2 = 5(4 - x^2) = 5(2-x)(2+x)$

Exercice 13 (71 page 53)

1. $11^2 - 10^2 = 21$, $12^2 - 11^2 = 23$, $38^2 - 37^2 = 75$, $100^2 - 99^2 = 199$.
2. Deux entiers consécutifs sont, si l'on note n le plus petit des deux, n et $(n+1)$.
   $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1 = (n+1) + n$.
   L'affirmation est vraie.
3. Il n'est pas possible que la différence de deux carrés d'entiers consécutifs soit égale à 2018 car d'après la question précédente, c'est égal à la somme des deux entiers consécutifs, qui est toujours impaire.
   En effet, pour tout entier n, $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$ est toujours impair.