Seconde. Interrogation de mathématiques n° 3

Correction du Sujet 1

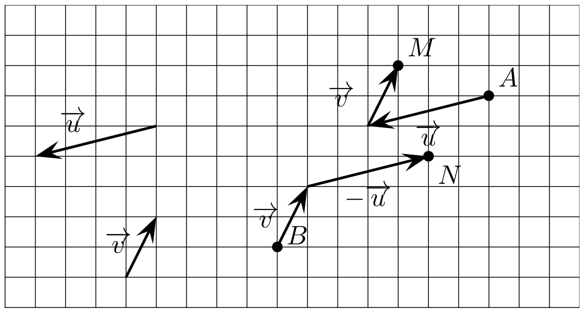
Exercice 1 (Questions de cours, 5 points)

Compléter sur l'énoncé.

1. Soient A, B, C, D quatre points deux à deux distincts du plan.
   Compléter : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ssi $ABDC$ est un parallélogramme.
2. Compléter avec une égalité de vecteurs.
   D est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ ssi $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AC}$
3. Énoncer la relation de Chasles sur les vecteurs.
   Pour tous points A, B, C du plan, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
4. On se place dans un repère orthonormé du plan.
   Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points.
   (a) Les coordonnées du milieu K du segment $[AB]$ sont :
   $x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ $\qquad$ $y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2}$
   (b) La distance AB est donnée par : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

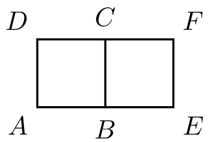
Exercice 2 (2 points)

1. Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.
2. Construire le point N tel que $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{v} - \overrightarrow{u}$.



Exercice 3 (4 points)

$ABCD$ et $BEFC$ sont deux carrés.



1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
2. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CE}$.
3. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
4. $\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{CB}$.

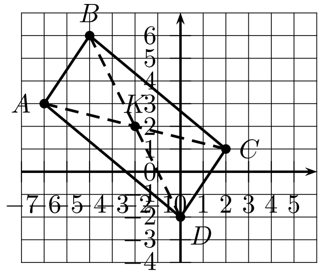
Exercice 4 (3 points)

Dans un repère orthonormé, on considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(1; 2)$ et de rayon 5. M est le point de coordonnées $(-2; 6)$.

1. Calculer la distance AM.
   $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(-2-1)^2 + (6-2)^2}$
   $\boxed{AM = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.}$
2. M appartient-il au cercle $\mathscr{C}$? Justifier.
   $\boxed{\text{Comme la distance } AM \text{ est égale au rayon du cercle, } M \in \mathscr{C}.}$

Exercice 5 (4 points)

1. Placer dans un repère du plan les points $A(-6; 3)$, $B(-4; 6)$ et $C(2; 1)$.



2. Déterminer les coordonnées du milieu K du segment $[AC]$. Placer K.
   $x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-6 + 2}{2} = -2.$ $\qquad$ $y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{3 + 1}{2} = 2.$
   $\boxed{\text{Le milieu de } [AC] \text{ est le point } K(-2, 2).}$
3. Soit D le symétrique de B par la symétrie de centre K. Calculer les coordonnées de D. Placer le point D.
   K est le milieu de $[BD]$. Donc
   $x_K = \dfrac{x_B + x_D}{2}$, soit $-2 = \dfrac{-4 + x_D}{2}$, $x_D - 4 = -4$, et $x_D = 0$.
   $y_K = \dfrac{y_B + y_D}{2}$, soit $2 = \dfrac{6 + y_D}{2}$, $y_D + 6 = 4$, et $y_D = -2$.
   $\boxed{\text{Ainsi } D(0; -2).}$
4. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier.
   On sait que K est le milieu de $[AC]$ et aussi le milieu de $[BD]$.
   $\boxed{\text{Le quadrilatère } ABCD \text{ a ses diagonales qui ont le même milieu, donc } ABCD \text{ est un parallélogramme.}}$

Exercice 6 (2 points)

Montrer que quels que soient les points A, B, C et D du plan, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD}$.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$.

$\boxed{\text{Donc pour tous points } A, B, C, D \text{ du plan, } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}.}$