Correction de l'interrogation n° 2
Nombre dérivé, tangente, fonction dérivée
Sujet 1

Exercice 1 (cours, 2 points)
Compléter.

1. Soit f une fonction dérivable sur intervalle I, soit $a \in I$. $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a.
2. Rappeler l'expression de la dérivée des fonctions suivantes : $f(x) = k$ (fonction constante). Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$
   $g(x) = \sqrt{x}$. Pour tout $x > 0$, $g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.
   $h(x) = x^2$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = 2x$.

Exercice 2 (2 points)
Calculer l'expression de la dérivée des fonctions suivantes.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 8x^3 - 5x + 1$.
   $f'(x) = 8 \times 3x^2 - 5 \times 1 = 24x^2 - 5$.
2. g est définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{1}{3}x^2 - \dfrac{1}{x}$.
   $g'(x) = \dfrac{1}{3} \times 2x - \left(\dfrac{-1}{x^2}\right) = \dfrac{2x}{3} + \dfrac{1}{x^2}$.

Exercice 3 (6 points)
On a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite T_1 est tangente à la courbe en B, et la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point A.

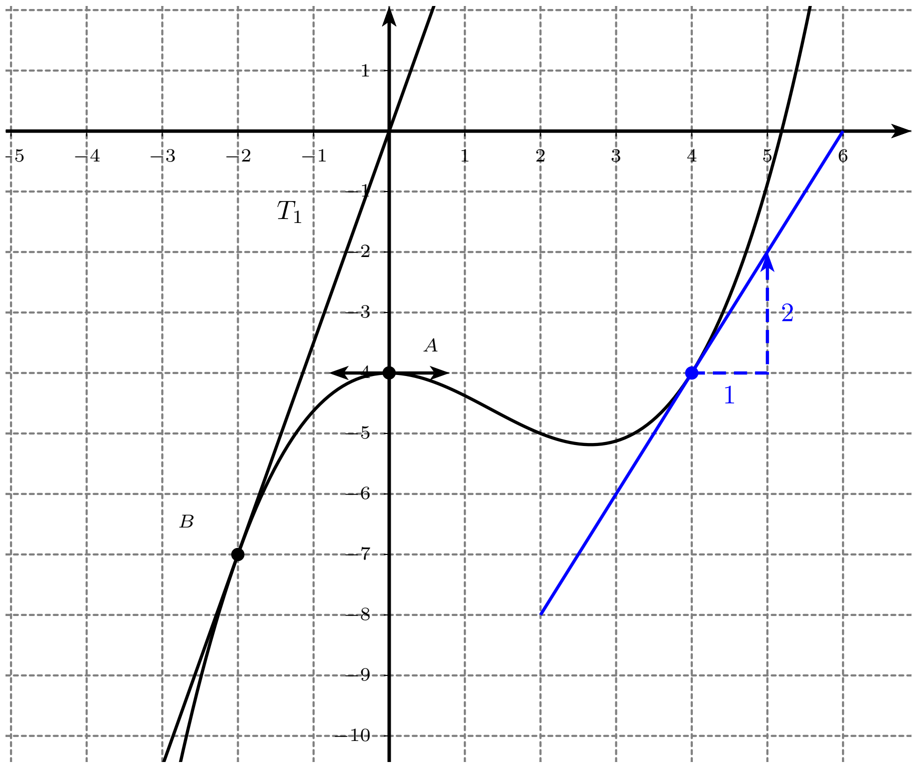
1. Calculer le coefficient directeur de la droite T_1.
   T_1 es tla droite (BO).
   $\dfrac{y_B - y_O}{x_B - x_O} = \dfrac{-7}{-2} = 3,5$.
   Le coefficient directeur de T_1 est $3,5$.
2. Déterminer $f'(-2)$. Justifier.
   $f'(-2)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse -2, c'est donc le coefficient directeur de T_1.
   D'après la question précédente, $f'(-2) = 3,5$.
3. Déterminer $f'(0)$. Justifier.
   Comme la tangente à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses, on a $f'(0) = 0$.
4. On admet désormais que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4.$$

   (a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{3}{8}x^2 - x$.
   $f'(x) = \dfrac{1}{8} \times 3x^2 - \dfrac{1}{2} \times 2x - 0 = \dfrac{3}{8}x^2 - x$.

   (b) Retrouver par le calcul $f'(-2)$ et $f'(0)$.
   $f'(-2) = \dfrac{3}{8} \times (-2)^2 - (-2) = \dfrac{3}{2} + 2 = 3,5$
   $f'(0) = \dfrac{3}{8} \times 0^2 - 0 = 0$.

   (c) Calculer $f'(4)$ et tracer la tangente associée sur le graphique. On fera apparaître les traits de construction.
   $f'(4) = \dfrac{3}{8} \times 4^2 - 4 = 3 \times 2 - 4 = 2$.
   On trace la tangente à la courbe au point d'abscisse 4.
   Comme $f'(4) = 2$, son coefficient directeur est 2.



NOM :
Prénom :

Interrogation n° 2
Nombre dérivé, tangente, fonction dérivée
Réponses du Sujet 2

Exercice 4 (cours, 2 points)
Compléter.

1. Soit f une fonction dérivable sur intervalle I, soit $a \in I$. $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a.
2. Rappeler l'expression de la dérivée des fonctions suivantes :
   $f(x) = x$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 1$
   $g(x) = \frac{1}{x}$. Pour tout $x > 0$, $g'(x) = \frac{-1}{x^2}$.
   $h(x) = x^3$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = 3x^2$.

Exercice 5 (2 points)
Calculer l'expression de la dérivée des fonctions suivantes.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 4 + \sqrt{x}$.
   $f'(x) = 3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$
2. g est définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{x}$.
   $g'(x) = \frac{1}{8} \times 2x - \frac{1}{x^2} = \frac{x}{4} - \frac{1}{x^2}$.

Exercice 6 (6 points)
On a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite T_1 est tangente à la courbe en A, et la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point B.

1. Calculer le coefficient directeur de la droite T_1.
   Posons $C(-2; -2)$, $\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-2-0}{-2+3} = -2$.
   Le coefficient directeur de T_1 est -2.
2. Déterminer $f'(-3)$. Justifier.
   C'est le coefficient directeur de la tangente T_1, donc $f'(-3) = -2$
3. Déterminer $f'(1)$. Justifier.
   La tangente au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses, donc $f'(1) = 0$.
4. On admet désormais que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 2x - 15).$$

   (a) Montrer que $f'(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.
   $f'(x) = \frac{1}{4}(2x - 2) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.
   (b) Retrouver par le calcul $f'(-3)$ et $f'(1)$.
   $f'(-3) = \frac{-3}{2} - \frac{1}{2} = -2$.
   $f(1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$.
   (c) Calculer $f'(3)$ et tracer la tangente associée sur le graphique. On fera apparaître les traits de construction.
   $f'(3) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$.