

Fiche d'exercices sur les suites

I Calcul de terme, algorithme

Exercice 1 (calcul de terme)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 11 - 2u_n$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Écrire un algorithme qui renvoie u_n pour un entier n donné en entrée ($n \geq 1$).
Donner u_{20} et vérifier à l'aide du mode suite de la calculatrice.

Exercice 2 (calcul de terme, Python)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3n + u_n$.

1. Calculer u_1 , u_2 , et u_3 .
2. Écrire une fonction Python qui renvoie u_n pour un entier n donné en entrée ($n \geq 1$).
Donner u_{10} et vérifier à l'aide du mode suite de la calculatrice.

Exercice 3 (calcul de terme d'une suite en Python)

Voici une fonction U définie en Python.

```
def U(n):  
    u=5  
    for i in range(1,n+1):  
        u=u**2-3*u  
    return(u)
```

1. Donner la définition par récurrence de la suite (u_n) associée.
2. Calculer u_1 , u_2 , u_3 .

Exercice 4 (suite de Fibonacci)

La suite de Fibonacci est la suite (F_n) définie par $F_0 = 1$, $F_1 = 1$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.

1. Calculer les premiers termes de F_2 à F_5 .
2. Utiliser la calculatrice pour obtenir F_{10} .
3. Écrire une fonction Python d'argument n qui renvoie F_n pour tout entier $n \geq 2$. La programmer et retrouver la valeur de F_{10} .

II Variations, majoration, minoration

Exercice 5 (forme explicite)

Étudier les variations des suites suivantes.

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{1}{2n+3}$. En déduire que (u_n) est bornée.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = (4n+5)^2$.

3. Pour tout $n \geq 1$, $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^n$; $v_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n$, $w_n = (-3)^n$.

5. Pour tout $n \geq 1$, $u_n = \frac{1}{n^2}$.

Exercice 6 (des suites récurrentes)

Étudier les variations des suites suivantes.

1. $A_0 = 4$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A_{n+1} = A_n - \frac{1}{2n+3}$

2. $B_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $B_{n+1} = B_n + 3n + 5$

Exercice 7

Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{n-5}{n+3}$ est croissante et majorée par 1.

En déduire que (u_n) est bornée et donner un encadrement de u_n valable pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 8

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par $u_n = \frac{5^n}{3 \times 2^n}$.

1. Montrer que (u_n) est croissante.
2. Montrer qu'il existe un réel q tel que pour tout entier n , $u_{n+1} = q \times u_n$. Déterminer q .

III Listes en Python

Exercice 9 (manipulation de liste en Python)

On considère la liste $L=[3,4,9,7,3,6,4,1]$

1. Que renvoie l'instruction `len(L)` ? `L[0]` ? `L[2]` ?
2. Que devient la liste après l'instruction `L.append(6)` ?
3. Que devient la liste initiale après l'instruction `L.pop(2)` ?
4. Que devient la liste initiale après l'instruction `L.remove(4)` ?
5. Quelle instruction peut-on utiliser pour générer la liste composée des entiers pairs de L ?

Exercice 10 (liste en compréhension)

1. Soit la liste $L=[i**2+3 \text{ for } i \text{ in range}(5)]$. Écrire cette liste en extension et donner `L[0]` et `L[2]`.
2. Quelle instruction peut-on utiliser en Python pour générer la liste des cubes des entiers de 5 à 10 ?