

Contrôle de valorisation

Exercice 1 (8 points (+2), 30 minutes)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.

- 1.(a) Quelle est la fonction dérivée de f ?
(b) Étudier les variations de f .
(c) Donner le tableau de variation de f sur $[1; 19]$.
(d) En déduire un encadrement de $f(x)$ lorsque x appartient à $[1; 19]$.
2. Existe-t-il des points de $\mathcal{C}$ où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -9x + 2$. Dans l'affirmative, préciser les coordonnées de ces points.
3. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe $\mathcal{C}$ de f au point d'abscisse 1.
4. Bonus
(a) Vérifier que, pour tout réel x , $f(x) - (-12x + 2) = (x - 1)(x^2 - 2x + 1)$.
(b) Déterminer la position relative de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à la droite $\mathcal{T}$.

Exercice 2 (7 points, 15 minutes)

On compte en France métropolitaine environ 9% de personnes souffrant d'une déficience auditive.

On sélectionne 52 personnes au hasard en France métropolitaine pour un sondage au sujet d'un test auditif.

Le choix des 52 individus peut être assimilé à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de déficients auditifs dans la sélection.

Les résultats seront arrondis au besoin à 10^{-4} près.

1. Déterminer la loi de probabilité de X , préciser ses paramètres.
2. Exprimer puis calculer $P(X = 4)$ (On précisera la formule utilisée).
3. Calculer $P(5 \leq X \leq 14)$.
4. Quelle est la probabilité pour que la sélection contienne au moins une personne souffrant de déficience auditive.
5. Quelle est la probabilité pour qu'il y en ait au maximum deux ?
6. Calculer puis interpréter $E(X)$.

Exercice 3 (5 points, 15 minutes)

Démontrer que tous les rectangles d'aire 100 ont un périmètre supérieur ou égal à 40.

Indication :

On sera amené à étudier la fonction P définie sur $[0; +\infty[$ par $P(x) = 2x + \frac{200}{x}$.