Seconde. Interrogation de mathématiques n° 4
Correction du Sujet 2

Exercice 1 (Questions de cours, 4 points)

1. Énoncer deux propriétés des inégalités, une relative à l'addition, et l'autre à la multiplication
   Addition : Pour tous nombres réels a, b et c, si $a < b$, alors $a + c < b + c$.
   Multiplication : Pour tous nombres réles a, b et c,
   si $a < b$ et $c > 0$, alors $ac < bc$.
   Si $a < b$ et $c < 0$, alors $ac > bc$.
2. Énoncer la propriété relative au signe de $ax + b$, où a et b sont des réels, et $a \neq 0$ (indication : il y a deux cas à distinguer).
   $ax + b = 0$ pour $x = -\frac{b}{a}$.
   — Si $a > 0$, alors le signe de $f(x)$ est donné par :

x	$-\infty$	$-b/a$	$+\infty$
$f(x) = ax + b$	$-$	0	$+$

   — Si $a < 0$, alors le signe de $f(x)$ est donné par :

x	$-\infty$	$-b/a$	$+\infty$
$f(x) = ax + b$	$+$	0	$-$

Exercice 2 (2 points)

Compléter les tableaux de signes.

x	$-\infty$	$-9/4$	$+\infty$
$4x + 9$	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	7	$+\infty$
$21 - 3x$	$+$	0	$-$

Exercice 3 (2 points)

Soient x et y deux nombres réels vérifiant $-2 < x < 3$ et $1 < y < 6$.

1. Déterminer un encadrement de $-3x + 5$.
   On a $-2 < x < 3$.
   En multipliant par $-3 < 0$, le sens de l'inégalité change : $6 > -3x > -9$.
   En ajoutant 5 membre à membre, le sens de l'inégalité est conservé : $11 > -3x + 5 > -4$.
   $\boxed{-4 < -3x + 5 < 11.}$
2. Déterminer un encadrement de $x - y$.
   On a $1 < y < 6$.
   En multipliant par $-1 < 0$, le sens de l'inégaité change, on a donc $-1 > -y > -6$.
   Ainsi, $-6 < -y < -1$.
   On rappelle $-2 < x < 3$.
   On peut ajouter membre à membre des inégalités de même sens.
   Il vient $-6 - 2 < x - y < -1 + 3$, c'est-à-dire $-8 < x - y < 2$.
   $\boxed{-8 < x - y < 2.}$

Exercice 4 (3 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes, et donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle :

1. $-2x + 1 > x + 10$
   $-2x + 1 > x + 10$ ssi $-3x > 9$ ssi $x < -3$.
   $\boxed{S =]-\infty; -3[}$
2. $-\frac{2}{5}x - 5 < x + \frac{1}{3}$
   $-\frac{2}{5}x - 5 < x + \frac{1}{3}$ ssi $-\frac{2}{5}x - \frac{5}{5}x < \frac{1}{3} + \frac{15}{3}$ ssi $-\frac{7}{5}x < \frac{16}{3}$ ssi $x > -\frac{16}{3} \times \frac{5}{7}$ ssi $x > -\frac{80}{21}$.
   $\boxed{S =]-\frac{80}{21}; +\infty[}$

Exercice 5 (4 points)
Résoudre les inéquations suivantes. Donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalle.

1. $(2x+5)(x-1) > 0$.
   Valeurs clés :
   $2x+5=0$ ssi $x=-\dfrac{5}{2}$, et $x-1=0$ ssi $x=1$.

x	$-\infty$		$-5/2$		1		5
$2x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x+5)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\boxed{S=\left]-\infty;-\frac{5}{2}\right[\cup\,]1;+\infty[.}$$

2. $\dfrac{x+1}{(2x-3)(-4x+20)} \geqslant 0$.
   Valeurs clés :
   $x+1=0$ ssi $x=-1$.
   $2x-3=0$ ssi $x=\dfrac{3}{2}$ (valeur interdite)
   $-4x+20=0$ ssi $x=5$ (valeur interdite).

x	$-\infty$		-1		$3/2$		5		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-4x+20$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$\dfrac{x+1}{(2x-3)(-4x+20)}$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	

$$\boxed{S=]-\infty;-1]\cup\left]\frac{3}{2};5\right[.}$$

Exercice 6 (5 points)
Une société de location de vélos propose les tarifs suivants : 7,5 euros de l'heure pour les 5 premières heures de location, puis 3 euros par heure supplémentaire.

1. Calculer le tarif pour 4 heures de location.
   $4<5$, donc le tarif est de 7,5 euros de l'heure.
   $4\times 7,5=30$.
   $\boxed{\text{Pour 4 heures de location, on paie 30 euros.}}$
2. Montrer que le tarif pour 7 heures de location est de 43,5 euros.
   $7>5$, et $7-5=2$.
   On paie 5 heures au tarif de 7,5 euros chacune, puis 2 heures supplémentaires au tarif de 3 euros chacune.
   $7,5\times 5+3\times 2=43,5$.
   $\boxed{\text{Pour 7 heures de location on paie 43,5 euros.}}$
3. Compléter ci-dessous le script d'une fonction `tarif` en Python qui renvoie le prix de la location selon le nombre d'heures de location.

```
def tarif(h) :
   if h<=5 :
       p=7.5*h
   else :
       p=7,5*5+3*(h-5)
   return(p)
```