

Term G Spé. Bilan sur la dérivation

Définition du nombre dérivé : $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

Équation de la tangente au point d'abscisse a :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Théorème fondamental :

Si $f' \geq 0$ sur I , alors f est croissante sur I .

Si $f' \leq 0$ sur I , alors f est décroissante sur I .

Extremum : soit I un intervalle ouvert, $a \in I$

Si f' s'annule en a en changeant de signe, alors f admet un extremum local en a .

Dérivée des fonctions usuelles

Fonction f	Dérivée f'	Intervalle de validité
$f(x) = c$ ($c \in \mathbb{R}$)	$f'(x) = 0$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = x^n, n \geq 1$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = x^n, n \leq -1$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$I =]-\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$I =]-\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$I =]0; +\infty[$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$	$I =]0; +\infty[$
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$	$I = \mathbb{R}$

Opérations sur les fonctions dérivables

u et v sont des fonctions dérivables sur un intervalle I . $k \in \mathbb{R}$.

Fonction	Dérivée
$u + v$	$u' + v'$
$k \times u$	$k \times u'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
Si de plus v ne s'annule pas sur I ,	
$\frac{1}{v}$	$-\frac{v'}{v^2}$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$

Composition de fonctions : $g \circ u$

Soient $u : I \rightarrow J$, et $g : J \rightarrow \mathbb{R}$ deux fonctions dérivables.

$$(g \circ u)' = (g' \circ u) \times u'$$

Fonction	Dérivée
u^n ($n \geq 1$)	$nu^{n-1} \times u'$
u^n ($n \leq -1$ et $u \neq 0$)	$nu^{n-1} \times u'$
$\sqrt{u}$, avec $u > 0$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
e^u	$u' \times e^u$
$\ln(u)$, avec $u > 0$	$\frac{u'}{u}$
$\sin(u)$	$u' \times \cos(u)$
$\cos(u)$	$-u' \times \sin(u)$