

NOM :

21/11/2024

Prénom :

**BTS CRSA2. Interrogation de mathématiques n° 3**

**Exercice 1 (2 points)**  
On pose les matrices  $A = \begin{pmatrix} -10 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$  et

$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  Calculer  $AB$  et  $BA$ .

Pour chaque produit, on posera les calculs justifiant la dernière colonne.

**Exercice 2 (4 points)**  
On se propose de résoudre le système  $\begin{cases} -4x + y + 0,1z = 1 \\ 11x - 3y - 0,2z = 1 \\ -6x + 2y + 0,1z = 2 \end{cases}$  à l'aide

de matrices.

1. Préciser des matrices  $A$ ,  $X$  et  $B$  de sorte le système soit équivalent à  $AX = B$ .
2. Calculer  $A^{-1}$  à l'aide de la calculatrice.
3. En déduire la résolution du système.

**Exercice 3 (4 points)**

Une entreprise désire fabriquer de nouveaux jouets pour Noël : une poupée B et une poupée K. Elle désire commander les matières premières nécessaires pour la fabrication de ces jouets. On dispose des informations suivantes :

La fabrication d'une poupée B nécessite 0,094kg de coton biologique, 0,2kg de plastique végétal et 0,4kg de pièces métalliques.

La fabrication d'une poupée K nécessite 0,08kg de coton biologique, 0,3kg de plastique végétal et 0,1kg de pièces métalliques.

Par ailleurs, l'entreprise a réalisé les prévisions de ventes suivantes :

- elle pense vendre 1000 poupées B et 800 poupées K en novembre ;
- elle pense vendre 2500 poupées B et 1200 poupées K en décembre.

On pose les matrices  $A = \begin{pmatrix} 0,094 & 0,08 \\ 0,2 & 0,3 \\ 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 1000 & 2500 \\ 800 & 1200 \end{pmatrix}$ .

1. Calculer le produit  $A \times B$ . On pourra donner le résultat sans justification.
2. En déduire la quantité de coton biologique à commander pour le mois de décembre, et la quantité de plastique végétal pour le mois de novembre.

**Exercice 4 (3 points)**

Compléter les tableaux.

1. Dérivée

Fonction $f(x)$	Dérivée $f'(x)$
$f(x) = x^3 + x$	
$f(x) = \cos(5x)$	
$f(x) = e^{4x}$	
$f(x) = \ln(x)$	

2. Primitive

Fonction $f(x)$	Une primitive $F(x)$
$f(x) = 2x + 5$	
$f(x) = e^{5x}$	

**Exercice 5 (intégration par parties, 7 points)**

1. Compléter.

Si  $u$  et  $v$  sont deux fonctions dérivables sur un intervalle  $I$  dont les dérivées sont continues sur  $I$ , alors, quels que soient les réels  $a$  et  $b$  de  $I$ , on a :

$$\int_a^b u'(x)v(x) dx = \dots\dots\dots$$

2. On cherche à calculer  $I = \int_0^1 (4x - 11)e^{4x} dx$  à l'aide d'une intégration par parties.

On pose  $u'(x) = e^{4x}$  et  $v(x) = 4x - 11$ .

- (a) Préciser des expressions possibles pour  $u(x)$  et  $v'(x)$ .
- (b) Calculer  $I$ .

3. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que  $\int_1^e \ln(x) dx = 1$ .