Seconde

Correction du devoir maison n° 1

Exercice 1 (Ex 5 de la fiche algorithmique)

On donne l'algorithme suivant :

Variables a, b, c, d, e, f sont des nombres.

Entrer a
b prend la valeur $3 \times a$
c prend la valeur $b - 1$
d prend la valeur $c \times c$
e prend la valeur $9 \times a \times a$
f prend la valeur $d - e$
Afficher f

1. Que renvoie l'algorithme lorsque l'on entre $a = 0$? $a = -2$?
   Pour $a = 0$, on a successivement : $b = 0$, $c = -1$, $d = 1$, $e = 0$, et enfin $f = 1$.
   Il affiche 1.
   Pour $a = -2$, on a : $b = -6$, $c = -7$, $d = 49$, $e = 36$, et $f = 13$.
   Il affiche donc 13.
2. Quelle est l'expression de la fonction associée à cet algorithme ?
   $\boxed{f(x) = (3x - 1)^2 - 9x^2.}$
3. Pour quelle valeur de a peut-on faire afficher $f = -12071$?
   En développant, on a pour tout x réel,
   $f(x) = (3x - 1)^2 - 9x^2$
   $f(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 = -6x + 1.$
   On résout l'équation $f(x) = -12071.$
   $-6x + 1 = -12071$, $-6x = -12072$,
   donc $x = \dfrac{12072}{6} = 2012.$

Il faut entrer $a = 2012$ pour obtenir -12071 en sortie.

Exercice 2 (n° 70 page 99 du manuel)

Notons x le nombre d'années cherché.

$41 + x = 6 + x + 9 + x + 12 + x$, soit $41 + x = 27 + 3x$.

Ainsi, $2x = 41 - 27$, $2x = 14$, et enfin $x = 7$.

L'âge du père sera égal à la somme des âges de ses enfants dans 7 ans.

Exercice 3 (n° 105 page 106 du manuel)

Le volume de la boule de rayon r est

$$V_B = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Ici, avec $r = 5$, $V_B = \dfrac{4}{3}\pi \times 5^3 = \dfrac{500}{3}\pi$.

Le volume du cylindre de rayon r et hauteur h est

$$V_C = \pi r^2 \times h.$$

Ici, avec $h = 14$ et $r = 5$, on a

$$V_C = \pi \times 5^2 \times 14 = 350\pi.$$

Le volume d'eau dans le cylindre en fonction de la hauteur d'eau h est exprimé par

$$V_E = \pi r^2 \times h = \pi \times 25h = 25\pi \times h.$$

Ainsi, l'eau ne déborde pas si le volume d'eau initial ajouté à celui de la boule reste inférieur ou égal au volume total du cylindre. D'où l'inéquation :

$$\begin{aligned} V_E + V_B &\leqslant V_C \\ 25\pi \times h + \frac{500}{3}\pi &\leqslant 350\pi \end{aligned}$$

En divisant membre à membre par $\pi > 0$, le sens de l'inégalité est conservé.

$$\begin{aligned} 25 \times h + \frac{500}{3} &\leqslant 350 \\ 25h &\leqslant \frac{350 \times 3 - 500}{3} \\ 25h &\leqslant \frac{550}{3} \\ h &\leqslant \frac{550}{3 \times 25} \\ h &\leqslant \frac{22}{3} \end{aligned}$$

$\dfrac{22}{3} \approx 7,33.$

L'eau ne déborde pas si la hauteur d'eau n'excède pas $\dfrac{22}{3}$, soit environ 7,3 cm.

Exercice 4

Écrire sous forme de fraction irréductible. On détaillera soigneusement les calculs.

1. $A = \dfrac{5}{3} + 7\left(\dfrac{1}{6} + 5\right)$

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{3} + 7 \times \frac{1 + 30}{6} \\ &= \frac{10}{6} + \frac{7 \times 31}{6} \\ &= \frac{10 + 217}{6} \\ &= \frac{227}{6} \end{aligned}$$

2. $B = \dfrac{2 - \dfrac{1}{7}}{\dfrac{4}{3} \times \dfrac{5}{16}}$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2 - \dfrac{1}{7}}{\dfrac{4}{3} \times \dfrac{5}{16}} \\ &= \frac{\dfrac{14 - 1}{7}}{\dfrac{4 \times 5}{3 \times 4 \times 4}} \\ &= \frac{\dfrac{13}{7}}{\dfrac{5}{12}} \\ &= \frac{13}{7} \times \frac{12}{5} \\ &= \frac{13 \times 12}{7 \times 5} \\ &= \frac{156}{35} \end{aligned}$$