Seconde . Corrigé du contrôle commun

Exercice n°1

1. L'ensemble de définition de f est $[-4\,;7]$.
2. $f(-4)=-2$; $f(-1)=0$; $f(0)=-2$; $f(5)=3$.
3. les antécédents de 1 par f sont les abscisses des points d'ordonnée 1 de la courbe $\mathcal{C}$.

Ce sont les nombres -2 et 4.

4. Les solutions de $f(x)=-2$ sont les abscisses des points d'ordonnée -2 de la courbe $\mathcal{C}$ de f:

L'ensemble des solutions est $\{-4\,;0\,;2\}$.

5. Les solutions de $f(x)<0$ sont les abscisses des points de la courbe $\mathcal{C}$ situés en dessous de l'axe des abscisses.

L'ensemble des solutions est $[-4;-3[\cup]-1;3[$.

6. Les solutions de $f(x)\geqslant 3$ sont les abscisses des points de la courbe $\mathcal{C}$ d'ordonnée supérieure ou égale à 3.

L'ensemble des solutions est $[5\,;7]$.

Exercice n°2

f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=6x^2-23x+15$.

1. Pour tout réel x,

$$(x-3)(6x-5)=6x^2-5x-18x+15.$$
$$=6x^2-23x+15.$$

Donc, pour tout réel x, $f(x)=(x-3)(6x-5)$.

2. (a) On calcule $f(0)$ avec la forme développée: $f(0)=15$.

(b) On résout l'équation $f(x)=0$ avec la forme factorisée:

$(x-3)(6x-5)=0$

équivaut à $x-3=0$ ou $6x-5=0$,

c'est à dire $x=3$ ou $x=\dfrac{5}{6}$.

L'ensemble des solutions de $f(x)=0$ est $\left\{\dfrac{5}{6}\,;3\right\}$

(c) On cherche les réels x tels que $f(x)=15$.

Pour cela, on utilise la forme développée:

$$6x^2-23x+15=15$$

Cela équivaut à: $6x^2-23x=0$.

En mettant x en facteur: $x(6x-23)=0$.

Le produit de facteurs étant nul:

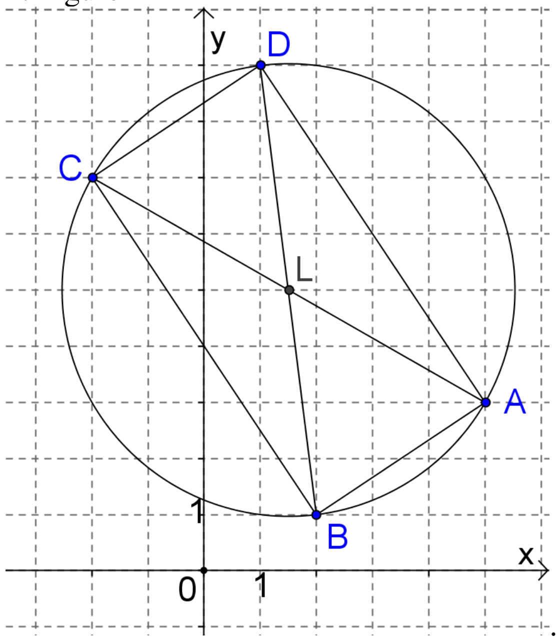
$$x=0 \text{ ou } 6x-23=0.$$

c'est à dire: $x=0$ ou $x=\dfrac{23}{6}$.

Les antécédents de 15 par f sont 0 et $\dfrac{23}{6}$.

Exercice n°3

1. Figure



2. L est le milieu du segment $[AC]$.

- $x_L=\dfrac{x_A+x_C}{2}=\dfrac{5-2}{2}=\dfrac{3}{2}$
- $y_L=\dfrac{y_A+y_C}{2}=\dfrac{3+7}{2}=5$

$L\left(\dfrac{3}{2}\,;5\right)$.

2. (a) Le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AC]$ a pour centre le milieu L de $[AC]$ et son rayon est LA.

$$LA=\sqrt{(x_A-x_L)^2+(y_A-y_L)^2}$$

$$LA=\sqrt{\left(5-\frac{3}{2}\right)^2+(3-5)^2}$$
$$=\sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2+(-2)^2}$$
$$=\sqrt{\frac{65}{4}}.$$

Le rayon du cercle $\mathcal{C}$ est $\dfrac{\sqrt{65}}{2}$.

(b) $LB=\sqrt{(x_B-x_L)^2+(y_B-y_L)^2}$
$$=\sqrt{\left(2-\frac{3}{2}\right)^2+(1-5)^2}$$
$$=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+(-4)^2}$$
$$=\sqrt{\frac{65}{4}}$$

$LB=\dfrac{\sqrt{65}}{2}$ donc le point B appartient au cercle $\mathcal{C}$ de centre L et de rayon $\dfrac{\sqrt{65}}{2}$.

4. D est le symétrique de B par rapport à L si, et seulement si, L est le milieu de $[BD]$:

- $\dfrac{x_B+x_D}{2}=x_L$ donc $\dfrac{2+x_D}{2}=\dfrac{3}{2}$ d'où $2+x_D=3$

et, ainsi: $x_D=1$.

- $\dfrac{y_B+y_D}{2}=y_L$ donc $\dfrac{1+y_D}{2}=5$, d'où $1+y_D=2\times 5$,

soit $1+y_D=10$ et, ainsi: $y_D=9$.

Le point D a pour coordonnées $(1\,;9)$.

5. L est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$ donc le quadrilatère $ABCD$ ayant ses diagonales de même milieu est un parallélogramme.

Le point B est situé sur le cercle de diamètre $[AC]$ donc le triangle BCD est rectangle en C.

Le parallélogramme $ABCD$ a donc un angle droit en C et, ainsi, $ABCD$ est un rectangle.