

Terminale STI - Correction du devoir n° 1

Exercice 1 (QCM, 3 points)

Indiquer la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

1. c. 30
2. $d. 11 \times \frac{140 + 260}{2}$
3. $d. 10000 \times \frac{1 - 1,08^{12}}{1 - 1,08}$
4. Quelle est la valeur de n à la fin de cet algorithme ? c. 11

Exercice 2 (4 points)

Compléter sur l'énoncé.

1. La suite (V_n) arithmétique de premier terme $V_0 = -36$ et de raison $r = 8$ a pour terme général $V_n = -36 + 8n$
2. Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 2.
Alors $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = 5 \times \frac{1 - 2^{11}}{1 - 2} = 10235$
3. Diminuer de 14%, c'est multiplier par 0,86
4. Soit (a_n) la suite géométrique telle que $a_1 = 524$ et de raison $q = 1.1$.
Le plus petit entier n tel que $a_n > 5000$ est $n = 25$
5. Donner l'expression d'une suite géométrique (U_n) décroissante (plusieurs bonnes réponses possibles).

Par exemple, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = 2 \times 0,9^n$ convient (une forme $u_0 \times q^n$ avec $u_0 > 0$, et $0 < q < 1$).

Exercice 3 (7 points)

Un médicament est prescrit sous forme d'injections qui doivent être administrées une fois par semaine. Le volume de la première dose est déterminé en fonction de la masse corporelle du patient à raison de 2 mL de médicament par kg. Chaque semaine, le volume de la dose administrée est augmenté de 0,1 mL par kg. On applique ce traitement à une personne dont la masse corporelle est de 60 kg. On appelle V_n la valeur, en mL, du volume de la dose administrée lors de la n -ième injection. Ainsi $V_1 = 120$.

1. Montrer que $V_2 = 126$.
 $V_2 = V_1 + 0,1 \times 60 = 120 + 6 = 126$
2. Donner la nature de la suite (V_n) et préciser sa raison.
Pour tout $n \geq 1$, $V_{n+1} = V_n + 0,1 \times 60 = V_n + 6$.
Donc (V_n) une suite arithmétique de raison 6.
3. Déterminer l'expression du terme général V_n .
Pour tout $n \geq 1$, $V_n = V_1 + (n - 1) \times r = 120 + 6 \times (n - 1)$.

4. Calculer le volume administré lors de la 10^e injection.

$$V_{10} = 120 + (10 - 1) \times 6 = 120 + 54 = 174. \quad \text{La 10^e injection est de 174 mL.}$$

5. Dès que le volume de la dose administrée est supérieur ou égal au double du volume initial, on interrompt le traitement après cette dernière injection. Vérifier que le traitement dure 21 semaines.

$$V_n \geq 2 \times V_1 \text{ ssi } 120 + 6(n - 1) \geq 240 \text{ ssi } 6(n - 1) \geq 120 \text{ ssi } n - 1 \geq 20 \text{ ssi } n \geq 21.$$

Le plus petit entier n pour lequel $V_n \geq 240$ est 21.

Le traitement dure 21 semaines.

6. Déterminer le volume total de médicament administré au patient lors de l'ensemble du traitement.

$$V_{21} = 120 + (21 - 1) \times 6 = 240.$$

$$S = V_1 + V_2 + \dots + V_{21} = \frac{V_1 + V_{21}}{2} \times 21 = \frac{120 + 240}{2} \times 21 = 3780.$$

Au cours du traitement, on aura injecté 3780 mL de médicament.

Exercice 4 (6 points)

Léna place un capital de 20 000 euros à intérêts composés de 1,1 %. Dans un placemet à intérêts composés, les intérêts s'ajoutent au capital placé et ils sont recalculés chaque année sur le capital de l'année précédente. On note C_n le capital acquis au bout de n années. Ainsi, $C_0 = 20\,000$.

1. Calculer C_1 et C_2 .
Augmenter de 1,1 % revient à multiplier par $1 + 0,011 = 1,011$.
 $C_1 = 20000 \times 1,011 = 20220$
 $C_2 = 20220 \times 1,011 = 20442,42$
2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n et en déduire la nature de la suite (C_n) .
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $C_{n+1} = C_n \times 1,011$.
Donc (C_n) est la suite géométrique de raison 1,011 et de premier terme $C_0 = 20000$.
3. Exprimer le terme général C_n en fonction de n .
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $C_n = C_0 \times q^n = 20000 \times 1,011^n$.
4. Déterminer le montant du capital placé au bout de 15 ans.
 $C_{15} = 20000 \times 1,011^{15} \approx 23566,62$.
Au bout de 15 ans, le capital est de 23566,62 euros.
5. Déterminer le nombre d'années à partir duquel le capital dépasse 26 000 euros.
Comme $q > 1$, et $C_0 > 0$, la suite géométrique est croissante.
Avec la calculatrice, on a
 $C_{23} = 20000 \times 1,011^{23} \approx 25722 < 26000$ et
 $C_{24} = 20000 \times 1,011^{24} \approx 26005 > 26000$.
Le capital dépasse 26000 euros pour la première fois au bout de 24 ans.