1G. Interrogation n° 1. Correction du sujet 1

Exercice 2 (1 point)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x^2 + 10x - 2$.

Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -5(x-1)^2 + 3$.

En développant,

$$-5(x-1)^2 + 3 = -5(x^2 - 2 + 1) + 3 = -5x^2 + 10x - 5 + 3 = -5x^2 + 10x - 2 = f(x).$$

Exercice 3 (4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $2x^2 - 9x - 11 = 0$.

$$a = 2, b = -9 \text{ et } c = -11.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \times 2 \times (-11) = 81 + 88 = 169 = 13^2 > 0.$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 - 13}{4} = -1, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 + 13}{4} = \frac{11}{2}.$$

Les solutions de l'équation sont $\frac{11}{2}$ et -1 .

2. $-2x^2 + 3x - 1 = -5x + 7$.

Cela équivaut à $-2x^2 + 8x - 8 = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times (-2) \times (-8) = 0$. L'équation admet une seule

$$\text{solution : } x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-8}{2 \times (-2)} = 2.$$

$$S = \{2\}$$

Exercice 4 (2 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - x + 7$. Mettre $f(x)$ sous forme canonique. Justifier.

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \times 3} = \frac{1}{6}.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 3 \times 7 = -83, \text{ puis } \beta = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-83}{4 \times 3} = \frac{83}{12}.$$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \left(x - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{83}{12}$.

Exercice 5 (2 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - x - 2$.

Déterminer une forme factorisée de $f(x)$. Justifier.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 1 + 24 = 25 > 0.$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 5}{6} = -\frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 5}{6} = 1$$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 3(x-1) \left(x + \frac{2}{3}\right)$.

Exercice 6 (Bonus, 1 point)

Déterminer l'expression de la fonction f polynôme du second degré dont les racines sont 2 et 5 et dont la courbe passe par le point $A(10; 8)$.

$f(x) = a(x-2)(x-5)$. Ensuite $f(10) = 8$, ce qui donne $a = \frac{1}{5}$.

On obtient $f(x) = \frac{1}{5}(x-2)(x-5)$.

Réponses du sujet 2

Exercice 6 (2 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 20x + 43$. Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2(x+5)^2 - 7$.

$$2(x+5)^2 - 7 = 2(x^2 + 10x + 25) - 7 = 2x^2 + 20x + 50 - 7 = 2x^2 + 20x + 43 = f(x).$$

Exercice 7 (4 points)

1. $x^2 - 4x + 3 = 0$.

$$a = 1, b = -4 \text{ et } c = 3.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 16 - 12 = 4 = 2^2 > 0.$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 2}{2} = 1, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 2}{2} = 3.$$

Les solutions de l'équation sont 1 et 3.

2. $2x^2 + 5x - 3 = -3x - 11$.

Cela revient à $2x^2 + 8x + 8 = 0$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times (2) \times (8) = 0.$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-8}{2 \times 2} = -2. \text{ L'équation a une seule solution qui est } -2.$$

Exercice 8 (2 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 7x + 7$.

$$a = -2, b = -7 \text{ et } c = 7. \alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-7)}{2 \times (-2)} = -\frac{7}{4}.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times (-2) \times 7 = 49 + 56 = 105. \beta = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{105}{4 \times (-2)} = \frac{105}{8}.$$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -2 \left(x + \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{105}{8}$.

Exercice 9 (2 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 6x^2 - x - 5$.

On trouve $\Delta = 121 = 11^2 > 0$, et pour racines 1 et $-\frac{5}{6}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 6(x-1) \left(x + \frac{5}{6}\right)$.

Exercice 10 (Bonus, 1 point)

Déterminer l'expression de la fonction f polynôme du second degré dont les racines sont -2 et 5 et dont la courbe passe par le point $A(2; 3)$.

On trouve $f(x) = -\frac{1}{4}(x+2)(x-5)$.