NOM : janvier 2026
Prénom :

1re G. Interrogation de mathématiques n° 5

Sujet 1

Exercice 1 (3 points)
Compléter sur l'énoncé. Aucune justification n'est attendue.

1. Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{4x+11}$.
   Pour tout $x\in[0;+\infty[$, $f'(x)=$ ....
2. Rappeler une formule de la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique.
   ....
   ....
3. Soit (G_n) la suite géométrique de premier terme $G_0=500$ et de raison $q=0,9$.
   (a) L'expression de G_n en fonction de n est :
   Pour tout entier n, $G_n=$ ....
   (b) Arrondi au dixième, $S_{15}=G_0+G_1+\cdots+G_{15}\approx$ ....
4. Donner un exemple de terme général d'une suite géométrique croissante : Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n=$ ....

Exercice 2 (2 points)
Dans un club sportif, chaque membre ne pratique qu'un seul sport. La répartition est donnée par le tableau suivant.

	Boxe	Tennis	Gymnastique	Total
Femmes	60	230	160	450
Hommes	160	310	80	550
Total	220	540	240	1 000

On choisit au hasard un membre du club, chaque membre a la même probabilité d'être choisi.
On note
— F : "la personne choisie est une femme",
— T : "la personne choisie joue au tennis".
Les événements F et T sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 3 (5 points)
Au début d'une expérience, la masse des bactéries mesurée dans une solution aqueuse est de 3 mg. On estime que la masse de bactéries augmente de 14 % tous les jours. On pose $B_0=3$ et pour tout $n\geqslant 1$, on note B_n la masse des bactéries après n jours, exprimée en mg.

1. Calculer B_1 et montrer que $B_2=3,8988$.
2. Exprimer B_{n+1} en fonction de B_n.
3. En déduire la nature de (B_n), et préciser ses éléments caractéristiques.
4. Donner l'expression de B_n en fonction de n.
5. Déterminer le nombre de jours à partir duquel la masse de bastérie dépasse 100 mg.

Exercice 4 (5 points, +1)
Le salaire net de Jean est de 1 700 euros en janvier 2023. Chaque mois il augmente de 8 euros.
On pose $v_0=1700$ le salaire du mois de janvier 2023, puis on note v_1 le salaire du mois de février 2023, et pour tout $n\geqslant 1$, v_n le salaire du n^{e} mois après janvier 2023.

1. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
2. En déduire la nature de la suite, préciser la raison et le premier terme.
3. Exprimer v_n en fonction de n.
4. À quelle date le salaire de Jeanne dépassera-t-il pour la première fois 2 000 euros ? Justifier.
5. Quelle somme totale percevra-t-elle comme salaire de janvier 2023 à décembre 2033 inclus ?
6. Bonus : À partir de quelle date la somme totale des salaires dépasse-t-elle 300 000 euros ?

Exercice 5 (5 points+1)
Soit f la fonction définie sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{4x-7}{2x-2}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Montrer que pour tout $x\neq 1$, $f'(x)=\dfrac{6}{(2x-2)^2}$.
2. Montrer qu'il existe deux points de $\mathscr{C}$ où la tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation $y=6x+8$. Donner les abscisses de ces deux points (on ne demande pas leurs ordonnées).
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe au point d'abscisse 2.
4. Montrer que pour tout réel $x\neq 1$,
   $f(x)-\left(\dfrac{3}{2}x-\dfrac{5}{2}\right)=\dfrac{-3(x-2)^2}{2(x-1)}$.
5. Bonus. En déduire la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ et de la tangente T.

NOM : janvier 2026
Prénom :

1re G. Interrogation de mathématiques n° 5
Sujet 2

Exercice 6 (3 points)

Compléter sur l'énoncé. Aucune justification n'est attendue.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-4x+11)^5$.
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
2. (A_n) est la suite arithmétique de premier terme $A_0 = 5$ et de raison 9.
   (a) Pour tout $n \geqslant 0$, $A_n = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
   (b) $S_{20} = A_0 + A_1 + \cdots + A_{20} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
3. Donner un exemple de terme général d'une suite arithmétique décroissante :
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
4. Donner la définition d'une suite (V_n) géométrique.
   ....
   ....

Exercice 7 (2 points)

Dans un club sportif, chaque membre ne pratique qu'un seul sport. La répartition est donnée par le tableau suivant.

	Boxe	Tennis	Gymnastique	Total
Femmes	60	230	160	450
Hommes	160	310	80	550
Total	220	540	240	1 000

On choisit au hasard un membre du club, chaque membre a la même probabilité d'être choisi.
On note
— H : "la personne choisie est un homme",
— B : "la personne choisie pratique la boxe".
Les événements H et B sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 8 (5 points)

Une entreprise de sécurité lance un nouveau système d'alarme. La première semaine 2000 unités seront produites, puis la production augmente de 8% chaque semaine. On note u_n le nombre de systèmes fabriqués la n-ième semaine (on a donc $u_1 = 2000$). On arrondira les résultats à l'unité.

1. Calculer u_2 et u_3.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction u_n pour tout entier $n \geqslant 1$.
3. En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser la raison et le premier terme.
4. Exprimer u_n en fonction de n.
5. Calculer la production totale au cours des 20 premières semaines.

Exercice 9 (5 points, +1)

Le salaire net de Jeanne est de 1 750 euros en janvier 2023. Chaque mois il augmente de 7 euros.
On pose $v_0 = 1\,750$ le salaire du mois de janvier 2023, puis on note v_1 le salaire du mois de février 2023, et pour tout $n \geqslant 1$, v_n le salaire du n^{e} mois après janvier 2023.

1. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
2. En déduire la nature de la suite, préciser la raison et le premier terme.
3. Exprimer v_n en fonction de n.
4. À quelle date le salaire de Jeanne dépassera-t-il pour la première fois 2 000 euros ? Justifier.
5. Quelle somme totale percevra-t-elle comme salaire de janvier 2023 à décembre 2033 inclus ?
6. Bonus : À partir de quelle date la somme totale des salaires dépasse-t-elle 300 000 euros ?

Exercice 10 (5 points+1)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;-3[\cup]-3;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{3x-1}{2x+6}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Montrer que pour tout $x \neq -3$, $f'(x) = \dfrac{20}{(2x+6)^2}$.
2. Montrer qu'il existe deux points de $\mathscr{C}$ où la tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation $y = 20x+8$. Donner les abscisses de ces deux points (on ne demande pas leurs ordonnées).
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe au point d'abscisse -1.
4. Montrer que pour tout réel $x \neq -3$,
   $f(x) - \left(\dfrac{5}{4}x + \dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{-5(x+1)^2}{4(x+3)}$.
5. Bonus. En déduire la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ et de la tangente T.