NOM : 10/02/2025

Prénom :

Terminale STL. Spécialité. Contrôle n° 7

Exercice 1 (cours, 2 points)

Soient a et b des nombres réels.

1. Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sont les fonctions de la forme :
   $f(x) = ke^{ax}$, avec $k \in \mathbb{R}$
2. Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme :
   $f(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $k \in \mathbb{R}$

Exercice 2 (6 points)

1. Résoudre l'équation différentielle $3y' - y = 0$.
   $3y' - y = 0 \iff y' = +\frac{1}{3}y$
   Les solutions sont les fonctions de la forme
   $f(x) = ke^{\frac{1}{3}x}$, $k \in \mathbb{R}$
2. Résoudre l'équation différentielle $y' = 4y + 20$.
   Les solutions sont les fonctions de la forme
   $f(x) = ke^{4x} - \frac{20}{4} = ke^{4x} - 5$, $k \in \mathbb{R}$

Exercice 3 (2 points)

On pose, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = e^{3x}$.

1. La dérivée de f est donnée par :
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3e^{3x}$
2. Donner une équation différentielle dont f est solution (il y a plusieurs bonnes réponses possibles) :
   $f' = 3f$ donc $y' = 3y$

Exercice 4 (Bonus : 1 point)

Donner l'expression de la solution de l'équation différentielle $y' + 5y = 2$ vérifiant $f(0) = -1$. On ne demande pas de justifier.

$y' = -5y + 2$ $\quad f(x) = ke^{-5x} + \frac{2}{5}$

$f(0) = -1 \iff k + \frac{2}{5} = -1 \iff k = -\frac{7}{5} = -1,4$

La solution est $f(x) = -1,4\,e^{-5x} + 0,4$

NOM : 10/02/2025

Prénom :

Terminale STL. Spécialité. Contrôle n° 7

2

Exercice 1 (cours, 2 points)

Soient a et b des nombres réels.

1. Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sont les fonctions de la forme :
   1
   $f(x) = ke^{ax}$, $k \in \mathbb{R}$
2. Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme :
   1
   $f(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $k \in \mathbb{R}$

6

Exercice 2 (6 points)

1. Résoudre l'équation différentielle $2y' + y = 0$.
   $2y' + y = 0 \iff y' = -\frac{1}{2}y$
   3
   Les solutions sont les fonctions de la forme
   $f(x) = ke^{-\frac{1}{2}x}$, $k \in \mathbb{R}$.
2. Résoudre l'équation différentielle $y' = -4y + 50$.
   3
   Les solutions sont les fonctions de la forme
   $f(x) = ke^{-4x} - \frac{50}{-4} = ke^{-4x} + 12,5$, $k \in \mathbb{R}$

2

Exercice 3 (2 points)

On pose, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^{-4x}$.

1. La dérivée de f est donnée par :
   1
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -4e^{-4x}$
2. Donner une équation différentielle dont f est solution (il y a plusieurs bonnes réponses possibles) :
   1
   $f'(x) = -4f(x)$, donc $y' = -4y$ (ou $y' + 4y = 0$)

Exercice 4 (Bonus : 1 point)

Donner l'expression de la solution de l'équation différentielle $y' + 8y = 1$ vérifiant $f(0) = 2$. On ne demande pas de justifier.

$y' = -8y + 1$; $f(x) = ke^{-8x} + \frac{1}{8}$, $k \in \mathbb{R}$

$f(0) = 2 \iff k + \frac{1}{8} = 2 \iff k = \frac{15}{8}$

1

La solution est $f(x) = \frac{15}{8}e^{-8x} + \frac{1}{8}$