1STI3 - Mathématiques spécialité
Correction du travail à distance n°9

Exercice 1 (42 page 260)

Déterminer une primitive.

1. $f(x) = 5$. Une primitive est F définie par $F(x) = 5x$.
2. $f(x) = x$. Une primitive est F définie par $F(x) = \frac{1}{2}x^2$.
3. $f(x) = 3x$. Une primitive est F définie par $F(x) = \frac{3}{2}x^2$.
4. $f(x) = -2x^2$. Une primitive est F définie par $F(x) = -\frac{2}{3}x^3$.
5. $f(x) = 7x - 1$. Une primitive est F définie par $F(x) = \frac{7}{2}x^2 - x$.

Exercice 2 (46 page 260)

Déterminer la primitive qui s'annule en 1.

1. $f(x) = 4$.
Les primitives de f sont les fonctions F définies sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = 4x + k$, $k \in \mathbb{R}$.
 $F(1) = 0$ ssi $4 + k = 0$ ssi $k = -4$.
La primitive cherchée est donnée par $F(x) = 4x - 4$.
2. $f(x) = x$.
Les primitives de f sont les fonctions F définies sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + k$, $k \in \mathbb{R}$.
 $F(1) = 0$ ssi $\frac{1}{2} + k = 0$ ssi $k = -\frac{1}{2}$.
La primitive cherchée est donnée par $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$.
3. $f(x) = -3x$.
Les primitives de f sont les fonctions F définies sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = -\frac{3}{2}x^2 + k$, $k \in \mathbb{R}$.
 $F(1) = 0$ ssi $-\frac{3}{2} + k = 0$ ssi $k = \frac{3}{2}$.
La primitive cherchée est donnée par $F(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}$.
4. $f(x) = 6x^2$.
Les primitives de f sont les fonctions F définies sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = 2x^3 + k$, $k \in \mathbb{R}$.
 $F(1) = 0$ ssi $2 + k = 0$ ssi $k = -2$.
La primitive cherchée est donnée par $F(x) = 2x^3 - 2$.
5. $f(x) = 3x + 1, 5$.
Les primitives de f sont les fonctions F définies sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + k$, $k \in \mathbb{R}$.
 $F(1) = 0$ ssi $\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + k = 0$ ssi $k = -3$.
La primitive cherchée est donnée par $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 3$.

Exercice 3 (62 page 260)

$f(x) = 3x^2 + 9x$, $F(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2$, $x_0 = 2$ et $y_0 = 1$.

$F'(x) = 3x^2 + 9x = f(x)$. Donc F est bien une primitive de f .

Les primitives de f sont les fonctions G définies par $G(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2 + k$, où $k \in \mathbb{R}$.

$G(2) = 1$ ssi $2^3 + \frac{9}{2} \times 2^2 + k = 1$ ssi $8 + 18 + k = 1$ ssi $k = -25$.

La primitive cherchée est définie par $G(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 25$.

Exercice 4 (70 page 260)

Déterminer toutes les primitives.

$f(x) = x^2 - x + 1$.

Les primitives de f sont les fonctions F définies par $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + k$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Exercice 5 (71 page 260)

Déterminer toutes les primitives.

$$f(x) = 2x^3 + 2x - 1.$$

Les primitives de f sont les fonctions F définies par $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - x + k$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Exercice 6 (72 page 260)

Déterminer toutes les primitives.

$$f(x) = -3 \cos x + 2 \sin x.$$

Les primitives de f sont les fonctions F définies par $F(x) = -3 \sin(x) - 2 \cos(x) + k$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Exercice 7 (73 page 260)

Déterminer toutes les primitives.

$$f(x) = 3x^2 - 2x + \frac{1}{x^2}.$$

Les primitives de f sont les fonctions F définies par $F(x) = x^3 - x^2 - \frac{1}{x} + k$, avec $k \in \mathbb{R}$.