NOM : 01/04/2026
Prénom :

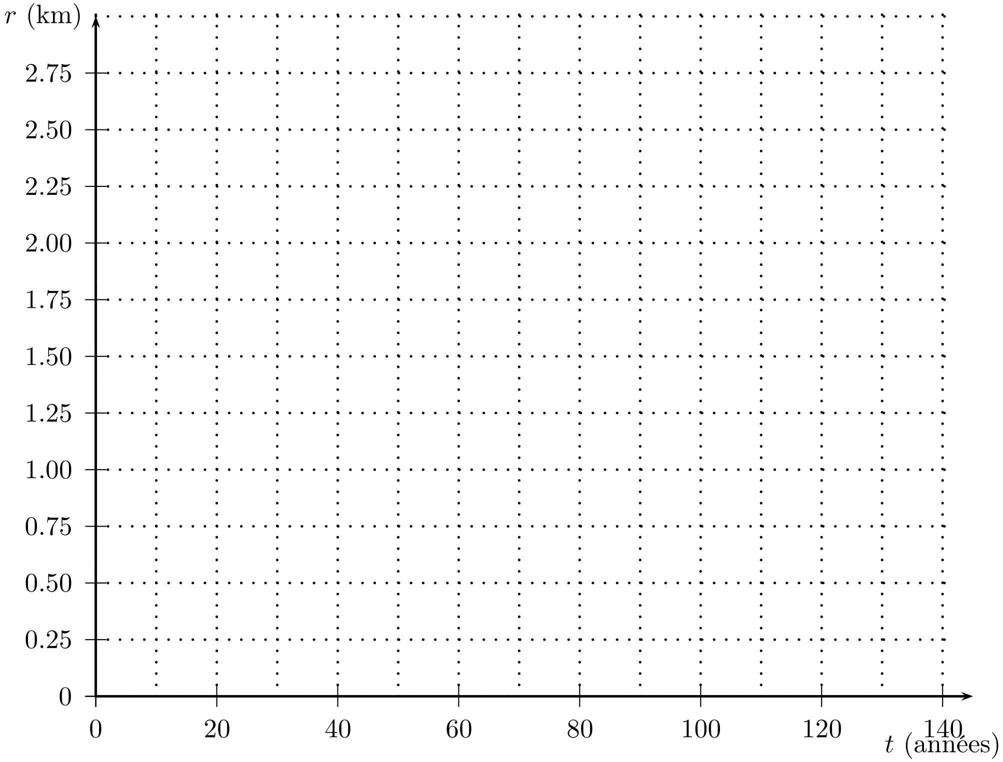
CRSA1. Contrôle n° 9

Exercice 1 (10 points)

Pour étudier le recul d'un grand glacier alpin au fil des années, une première mesure a été effectuée en 1900 : le glacier mesurait alors 25,6 km.
Des relevés ont ensuite été effectués tous les 20 ans : le recul du glacier est mesuré par rapport à la position où se trouvait initialement le pied du glacier en 1900.
Les mesures successives ont été relevées dans le tableau ci-dessous. On note t la durée, en années, écoulées depuis 1900, et r le recul correspondant, mesuré en kilomètres.

Année de mesure	1900	1920	1940	1960	1980	2000
Durée t	0	20	40	60	80	100
Recul r	0	0,3	0,6	1	1,6	2,3

Dans cet exercice, les résultats sont à arrondir à 10^{-3}.



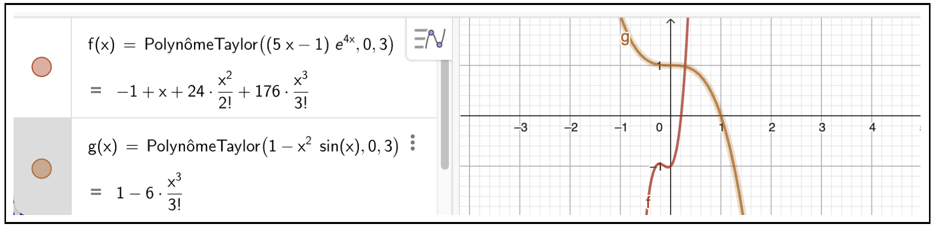
1. Ajustement affine
   (a) Construire le nuage de points $M_i(t_i, r_i)$ sur l'énoncé.
   (b) À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine de r en t par la méthode des moindres carrés.
   (c) À partir du modèle affine obtenu, estimer par le calcul :
      i. le recul, puis la longueur du glacier en 2020,
      ii. l'année de disparition du glacier.
2. Ajustement exponentiel
   Les résultats de la première partie étant peu en accord avec la plupart des autres études, les glaciologues considèrent un autre modèle : le modèle exponentiel.
   On pose $y = \ln r$.
   (a) Recopier et compléter le tableau suivant :

t	20	40	60	80	100
y					

   (b) À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine de y en t par la méthode des moindres carrés.
   (c) En déduire une expression de r en fonction de t.
   (d) À partir du modèle exponentiel obtenu, estimer par le calcul :
      i. le recul, puis la longueur du glacier en 2020,
      ii. l'année de disparition du glacier.

Exercice 2 (10 points)

Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (5x - 1)\mathrm{e}^{4x}$ et $g(x) = 1 - x^2 \sin x$.
Un logiciel donne le développement en 0 à l'ordre 3 de f et de g.



1. En déduire l'équation de la tangente T_1 à la courbe C_f en 0, et T_2 à $\mathscr{C}_g$ en 0.
2. Vérifier ces résultats par le calcul.
3. Déterminer la position relative de C_f par rapport à T_1, et celle de C_g par rapport à T_2. Justifier.