

1STI3 - Mathématiques spécialité

Correction du travail à distance n°1 pour le lundi 23 mars 2020.

Exercice 1 (26 page 240)

$$f(x) = (x + 3)^4.$$

$$f'(x) = 4(x + 3)^3.$$

Exercice 2 (27 page 240)

$$1. g(x) = (2x + 1)^3$$

$$g'(x) = 2 \times 3(2x + 1)^2 = 6(2x + 1)^2.$$

$$2. g(x) = \frac{1}{3 - x}$$

$$g'(x) = -\frac{-1}{(3 - x)^2} = \frac{1}{(3 - x)^2}.$$

On pouvait aussi dériver cette dernière fonction avec la formule $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$.

Exercice 3 (28 page 240)

$$1. g(x) = (3x - 1)^4$$

$$g'(x) = 3 \times 4(3x - 1)^3 = 12(3x - 1)^3.$$

$$2. g(x) = (2 - 3x)^5$$

$$g'(x) = -3 \times 5(2 - 3x)^4 = -15(2 - 3x)^4.$$

Exercice 4 (29 page 240)

$$1. f(t) = -2 \sin\left(3t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f'(t) = -2 \times 3 \cos\left(3t + \frac{\pi}{2}\right) = -6 \cos\left(3t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$2. g(x) = 3 \cos(2x + \pi)$$

$$g'(x) = 3 \times 2 \times (-\sin(2x + \pi)) = -6 \sin(2x + \pi)$$

Exercice 5 (30 page 240)

$$v(t) = -\frac{1}{2} \cos\left(4t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$v'(t) = -\frac{1}{2} \times 4 \times \left[-\sin\left(4t + \frac{\pi}{3}\right)\right] = 2 \sin\left(4t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Exercice 6 (39 page 240)

$$1. f(t) = t + 2 \cos(t)$$

$$f'(t) = 1 - 2 \sin(t).$$

$$2. g(x) = x \cos(x).$$

On utilise la dérivée d'un produit de deux fonctions : $(u \times v)' = u'v + uv'$.

Ici, $g'(x) = 1 \cos x + x \times (-\sin x) = \cos(x) - x \sin(x)$.

Exercice 7 (40 page 240)

$$1. f(x) = \sin(x) \cos(x).$$

Là aussi, on rappelle $(u \times v)' = u'v + uv'$.

$$f'(x) = \cos x \times \cos(x) + \sin(x) \times (-\sin x) = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

$$2. g(t) = \cos(2t) \times \sin(2t).$$

De nouveau, $(u \times v)' = u'v + uv'$.

$$g'(t) = -2 \sin(2t) \times \sin(2t) + \cos(2t) \times (2 \cos(2t)) = 2 \cos^2(2t) - 2 \sin^2(2t).$$

Exercice 8 (41 page 240)

$$1. f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}. f \text{ est la fonction tangente } f(x) = \tan x.$$

On rappelle la dérivée d'un quotient de deux fonctions $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

$$f'(x) = \frac{\cos(x) \times \cos(x) - \sin(x) \times (-\sin(x))}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}.$$

Or, on a vu dans le chapitre sur la trigonométrie que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

$$\text{Ainsi, } f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$2. f(x) = \frac{1}{\cos x}.$$

On rappelle la dérivée d'un inverse de fonction dérivable $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$.

$$f'(x) = \frac{-(-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\sin x}{\cos^2 x}.$$