2de. Correction du contrôle de mathématiques n^o 2
Sujet 1

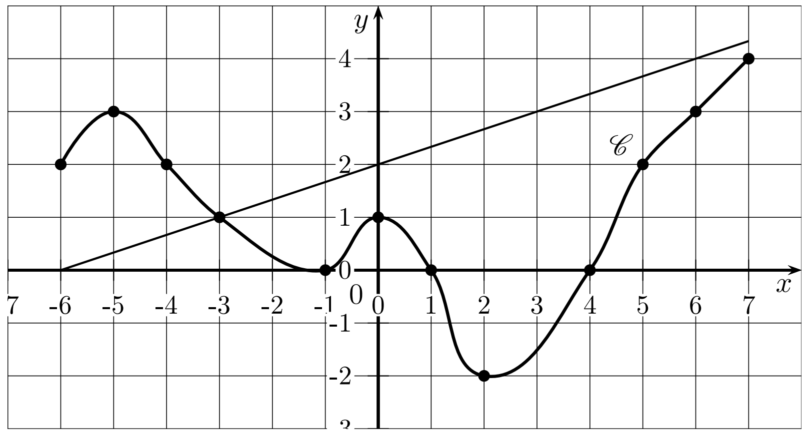
Exercice 1 (2 points)

Compléter le tableau suivant. Aucune justification n'est demandée.

Inégalité	Intervalle ou réunion d'intervalles
$-7 \leqslant x \leqslant 1$	$[-7;1]$
$x > -1$	$]-1;+\infty[$
$x < 0$ ou $x \geqslant 4$	$]-\infty;0[\cup[4;+\infty[$

Exercice 2 (8 points)

On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f.



1. Donner sans justification :
   (a) l'image de 6. $\boxed{f(6) = 3\text{, et } f(2) = -2}$
   (b) les antécédents de 0. $\boxed{\text{Les antécédents de 0 sont } -1\,;\,1 \text{ et } 4.}$
   (c) les solutions de l'équation $f(x) = 3$. $\boxed{S = \{-5;6\}}$
2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 2$. Justifier.
   Les solutions sont les abscisses des points de la courbe qui ont une ordonnée strictement supérieure à 2. $S =]-6;-4[\cup]5;7]$.
3. On considère la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{1}{3}x + 2$ et on admet que sa représentation graphique $\mathscr{C}_g$ est une droite.
   (a) Justifier que $\mathscr{C}_g$ passe par les points $A(0;2)$ et $B(6;4)$.
   $g(0) = \dfrac{1}{3} \times 0 + 2 = 2$. Donc $A(0;2) \in \mathscr{C}_g$.
   $g(6) = \dfrac{1}{3} \times 6 + 2 = 2 + 2 = 4$. Donc $B(6;4) \in \mathscr{C}_g$.
   (b) Placer A et B et tracer $\mathscr{C}_g$ sur le graphique ci-dessus.
   (c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$. Justifier.
   Les solutions sont les abscisses des points où $\mathscr{C}_f$ est au-dessous de $\mathscr{C}_g$. $S = [-6;-3]$.

Exercice 3 (4,5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 9x - x^2$. Notons $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan (on ne demande pas de la tracer).

1. Étudier si les points $A(2;14)$ et $B(-1;-8)$ appartiennent à la courbe de f.
   $f(2) = 9 \times 2 - 2^2 = 18 - 4 = 14$. $\boxed{\text{Donc } A \in \mathscr{C}.}$
   $f(-1) = 9 \times (-1) - (-1)^2 = -9 - 1 = -10 \neq -8$. $\boxed{\text{Donc } B \notin \mathscr{C}.}$
2. Déterminer les coordonnées du point de la courbe qui a pour abscisse -3.
   $f(-3) = 9 \times (-3)^2 - (-3)^2 = -27 - 9 = -36$.
   $\boxed{\text{Le point d'abscisse } -3 \text{ de } \mathscr{C} \text{ est } C(-3;-36).}$
3. Rechercher les antécédents de 0 par f.
   On résout l'équation $f(x) = 0$.
   $9x - x^2 = 0$ ssi $x(9-x) = 0$ ssi ($x = 0$ ou $9 - x = 0$) ssi ($x = 0$ ou $x = 9$).
   $\boxed{\text{Les antécédents de 0 sont 0 et 9.}}$

Exercice 4 (4,5 points)
Soit f la fonction définie sur $[-1;3]$ par $f(x) = 2x^2 - 6x + 1$.

1. Calculer $f(2)$ en écrivant le détail du calcul.
$\boxed{f(2) = 2 \times 2^2 - 6 \times 2 + 1 = 8 - 12 + 1 = -3.}$

2. (a) À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

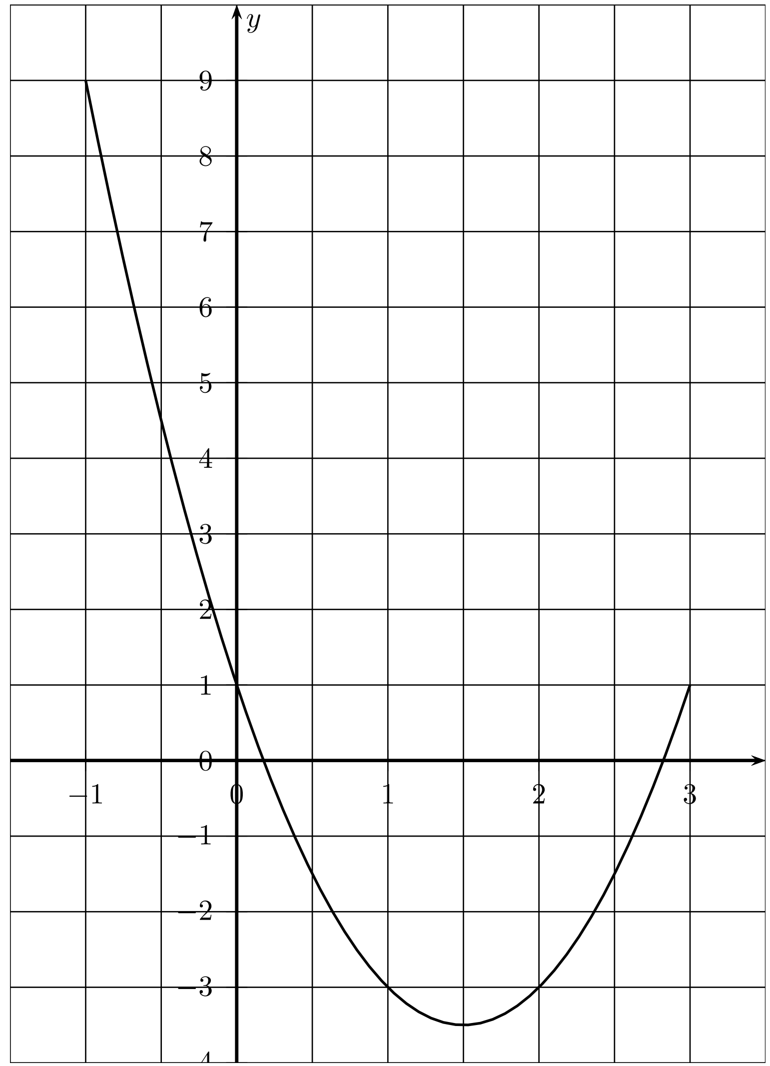
x	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$	3
$f(x)$	9	4,5	1	$-1,5$	-3	$-3,5$	-3	$-1,5$	1

   (b) Placer les points du tableau dans le repère ci-dessous et tracer la courbe de f.

3. Le point $R\left(\frac{1}{3};-0,8\right)$ appartient-il à la courbe de f ? Justifier.

$f\left(\frac{1}{3}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 6 \times \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{9} - 2 + 1 = \frac{2}{9} - 1$
$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9} - \frac{9}{9} = \frac{2-9}{9} = \frac{-7}{9} \neq -0,8$
En effet, $-\frac{7}{9} \approx -0,7778$.

L'image de $\frac{1}{3}$ n'est pas $-0,8$, donc le point R n'appartient pas à la courbe de f.



2de. Contrôle n°2. Correction du sujet 2

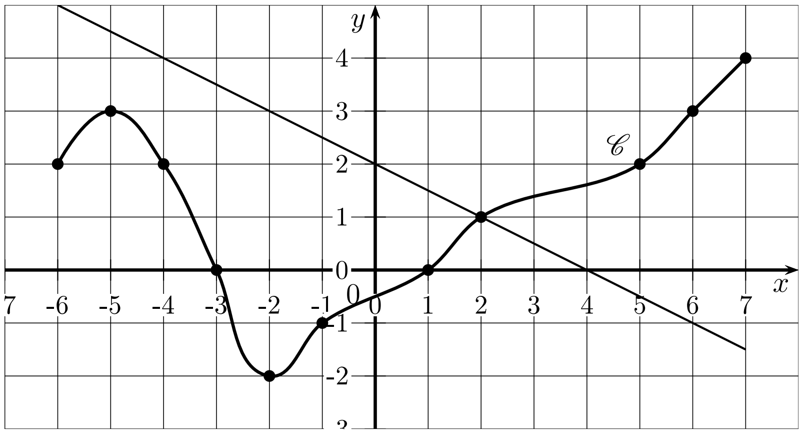
Exercice 5 (2 points)

Compléter le tableau suivant. Aucune justification n'est demandée.

Inégalité	Intervalle ou réunion d'intervalles
$3 < x \leqslant 8$	$]-3;8]$
$x \geqslant -2$	$[-2;+\infty[$
$-1 \leqslant x \leqslant 3$ ou $x > 5$	$[-1;3] \cup]5;+\infty[$

Exercice 6 (8 points)

On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f.



1. Donner sans justification :
   (a) l'image de -4. $\boxed{f(-4) = 2, \text{ et } f(2) = 1.}$

   (b) les antécédents de 0. $\boxed{\text{Les antécédents de 0 sont } -3 \text{ et } 1.}$

   (c) les solutions de l'équation $f(x) = 3$. $\boxed{S = \{-5;6\}}$

2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$. Justifier.
   Les solutions sont les abscisses des points de $\mathscr{C}$ qui ont une ordonnée strictement positive. $S = [-6;-3[\cup]1;7]$.

3. On considère la fonction g définie par $g(x) = -\dfrac{1}{2}x + 2$ et on admet que sa représentation graphique $\mathscr{C}_g$ est une droite.
   (a) Justifier que $\mathscr{C}_g$ passe par les points $A(0;2)$ et $B(4;0)$.
   $\boxed{f(0) = 2 \text{ et } f(4) = 0. \text{ Donc } \mathscr{C}_g \text{ passe par } A \text{ et } B.}$

   (b) Placer A et B et tracer $\mathscr{C}_g$ sur le graphique ci-dessus.

   (c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$. Justifier.
   Les solutions sont les abscisses des points où $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de $\mathscr{C}_g$(en incluant les abscisses des points d'intersection). $S = [2;7]$.

Exercice 7 (4,5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 7x - x^2$. Notons $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan (on ne demande pas de la tracer).

1. Étudier si les points $A(2;14)$ et $B(-1;-8)$ appartiennent à la courbe de f.
   $f(2) = 7 \times 2 - 2^2 = 14 - 4 = 10 \neq 14$. $\boxed{\text{Donc } A \notin \mathscr{C}.}$
   $f(-1) = 7 \times (-1) - (-1)^2 = -7 - 1 = -8$. $\boxed{\text{Donc } B \in \mathscr{C}.}$

2. Déterminer les coordonnées du point de la courbe qui a pour abscisse -3.
   $f(-3) = 7 \times (-3)^2 - (-3)^2 = -21 - 9 = -30$.
   $\boxed{\text{Le point d'abscisse } -3 \text{ de } \mathscr{C} \text{ est } C(-3;-30).}$

3. Rechercher les antécédents de 0 par f.
   On résout l'équation $f(x) = 0$.
   $7x - x^2 = 0$ ssi $x(7 - x) = 0$ ssi ($x = 0$ ou $7 - x = 0$) ssi ($x = 0$ ou $x = 7$).
   $\boxed{\text{Les antécédents de 0 sont 0 et 7.}}$

Exercice 8 (4,5 points)
Soit f la fonction définie sur $[-1;3]$ par $f(x) = -2x^2 + 6x + 1$.

1. Calculer $f(2)$ en écrivant le détail du calcul.
$\boxed{f(2) = -2 \times 2^2 + 6 \times 2 + 1 = -8 + 12 + 1 = 5.}$

2. (a) À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	-7	$-2,5$	1	3,5	5	5,5	5	3,5	1

(b) Placer les points du tableau dans le repère ci-dessous et tracer la courbe de f.

3. Le point $R\left(\frac{1}{3};2,8\right)$ appartient-il à la courbe de f ? Justifier.

$f\left(\frac{1}{3}\right) = -2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 6 \times \frac{1}{3} + 1 = -\frac{2}{9} + 3$
$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-2+27}{9} = \frac{25}{9} \approx 2,777\,778,$
$f\left(\frac{1}{3}\right)$ est différent de 2,8. Donc $R \notin \mathscr{C}_f$.