Interrogation n° 4

Réponses non détaillées. Sujet 1

Exercice 1 (1 point)

1. Donner la partie réelle et la partie imaginaire des nombres $7 - \mathrm{i}$ et $-12\mathrm{i}$.

   Pour $7 - \mathrm{i}$: $a = 7$, et $b = -1$.
   Pour $-12\mathrm{i}$: $a = 0$ et $b = -12$.

2. Donner le conjugué du nombre $-9\mathrm{i} - 1$.

   $\boxed{\overline{-9\mathrm{i} - 1} = -1 + 9\mathrm{i}.}$

Exercice 2 (1,5 point)

On considère les nombres complexes $z_1 = -1 + 6\mathrm{i}$ et $z_2 = \dfrac{7}{3} - \dfrac{4}{3}\mathrm{i}$.

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants.

1. $\boxed{(z_1)^2 = -35 - 12\mathrm{i}.}$
2. $\boxed{z_1 \times z_2 = \dfrac{17}{3} + \dfrac{46}{3}\mathrm{i}.}$

Exercice 3 (1 point)

Mettre sous forme algébrique le nombre complexe suivant.

$z = \dfrac{-4 - 3\mathrm{i}}{5 - \mathrm{i}}$. $\boxed{z = -\dfrac{17}{26} - \dfrac{19}{26}\mathrm{i}.}$

Exercice 4 (2 points)

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{C}$. Donner la solution sous forme algébrique.

1. $(4 - \mathrm{i})z + 7\mathrm{i} = 0$. $\boxed{z = \dfrac{-7\mathrm{i}}{4 - \mathrm{i}} = \dfrac{7}{17} - \dfrac{28}{17}\mathrm{i}.}$
2. $-3 + 5\mathrm{i}z = 1 + 7\mathrm{i}$. $\boxed{z = \dfrac{4 + 7\mathrm{i}}{5\mathrm{i}} = \dfrac{7}{5} - \dfrac{5}{4}\mathrm{i}.}$

Exercice 5 (4,5 points)

On donne $z_A = 2 + 4\mathrm{i}$, $z_B = -2 + 2\mathrm{i}$, $z_C = 4 - 2\mathrm{i}$, et $z_D = 8$.

1. Calculer l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

   $\boxed{z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = -4 - 2\mathrm{i}.}$

2. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme. Justifier. $\boxed{z_{\overrightarrow{AB}} = z_{\overrightarrow{DC}} = -4 - 2\mathrm{i}. \text{ Donc } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}.}$

3. Déterminer les coordonnées du point E tel $ADEC$ soit un parallélogramme. Justifier.

   $\boxed{\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CE}. \text{ On trouve } E(10; -6).}$

4. Soit F le point d'affixe $z_F = \dfrac{8}{3} + 2\mathrm{i}$.

   Étudier si les points A, C et F sont alignés. Justifier.

   $z_{\overrightarrow{AC}} = 2 - 6\mathrm{i}$, et $z_{\overrightarrow{AF}} = \dfrac{2}{3} - 2\mathrm{i}$.
   Donc $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AF}$. Les points A, F et C sont alignés.

Exercice 6 (bonus, 1 point)

Résoudre l'équation d'inconnue z suivante : $(7 - \mathrm{i})\overline{z} = 2\mathrm{i}$

$\boxed{\overline{z} = \dfrac{2\mathrm{i}}{7 - \mathrm{i}} = -\dfrac{1}{25} + \dfrac{7}{25}\mathrm{i}, \text{ donc } z = -\dfrac{1}{25} - \dfrac{7}{25}\mathrm{i}.}$

Interrogation n° 4

Réponses non détaillées. Sujet 2

Exercice 7 (1 point)

1. Donner la partie réelle et la partie imaginaire des nombres $3 - \mathrm{i}$ et $5\mathrm{i}\sqrt{3}$.

   Pour $3 - \mathrm{i}$: $a = 3$, et $b = -1$.
   Pour $5\mathrm{i}\sqrt{3}$: $a = 0$ et $b = 5\sqrt{3}$.

2. Donner le conjugué du nombre $2\mathrm{i} + 7$.

   $\boxed{\overline{2\mathrm{i} + 7} = 7 - 2\mathrm{i}}$.

Exercice 8 (1,5 point)

On considère les nombres complexes $z_1 = 10 - 3\mathrm{i}$ et $z_2 = \frac{1}{5} - \frac{4}{5}\mathrm{i}$.

Donner la forme algébrique des nombres complexes suivants.

1. $\boxed{(z_1)^2 = 91 - 60\mathrm{i}.}$
2. $\boxed{z_1 \times z_2 = -\frac{2}{5} - \frac{43}{5}\mathrm{i}.}$

Exercice 9 (1 point)

Mettre sous forme algébrique le nombre complexe suivant.

$z = \frac{-4 - \mathrm{i}}{3 + \mathrm{i}}$. $\boxed{z = -\frac{13}{10} + \frac{1}{10}\mathrm{i}.}$

Exercice 10 (2 points)

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{C}$. Donner la solution sous forme algébrique.

1. $(11 - \mathrm{i})z + 2\mathrm{i} = 0$. $\boxed{z = \frac{-2\mathrm{i}}{11 - \mathrm{i}} = \frac{1}{61} - \frac{11}{61}\mathrm{i}.}$
2. $4 + 5\mathrm{i}z = 3 - 7\mathrm{i}$. $\boxed{z = \frac{-1 - 7\mathrm{i}}{5\mathrm{i}} = -\frac{7}{5} + \frac{1}{5}\mathrm{i}.}$

Exercice 11 (4,5 points)

On donne $z_A = 4 + 4\mathrm{i}$, $z_B = 1 + 3\mathrm{i}$, $z_C = -1$, et $z_D = 2 + \mathrm{i}$.

1. Calculer l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme. Justifier.

   $\boxed{z_{\overrightarrow{AB}} = z_{\overrightarrow{DC}} = -3 - \mathrm{i}.}$

3. Déterminer les coordonnées du point E tel $ADBE$ soit un parallélogramme. Justifier.

   $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EB}$, on obtient $E(3;6)$.

4. Soit F le point d'affixe $z_F = -5 + \mathrm{i}$.
   Étudier si les points A, B et F sont alignés. Justifier.

   $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AB}$. A, B, et F sont alignés.

Exercice 12 (bonus, 1 point)

Résoudre l'équation d'inconnue z suivante : $(7 - \mathrm{i})\overline{z} = 2\mathrm{i}$.

$\boxed{\overline{z} = \frac{2\mathrm{i}}{7 - \mathrm{i}} = -\frac{1}{25} + \frac{7}{25}\mathrm{i}, \text{ donc } z = -\frac{1}{25} - \frac{7}{25}\mathrm{i}.}$