

**Contrôle de mathématiques n° 1**

**Correction du sujet 1**

**Exercice 1 (cours, 2 points)**

Énoncer la propriété relative aux inégalités et à la multiplication.

Pour tous nombres  $a, b$  et  $c$  :

- si  $a < b$  et  $c > 0$ , alors  $a \times c < b \times c$ ,
- si  $a < b$  et  $c < 0$  alors  $a \times c > b \times c$ .

**Exercice 2 (4 points)**

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

1.  $4 - x = \frac{9}{2}$

$x = 4 - \frac{9}{2}$ , donc  $x = \frac{8-9}{2}$ ,  $x = -\frac{1}{2}$ .

La solution est  $-\frac{1}{2}$ .

2.  $6x + 1 = -11 - x$

$7x = -12$ , donc  $x = -\frac{12}{7}$ .

La solution est  $-\frac{12}{7}$ .

3.  $-4x + 1 < 2x + 7$

$-6x < 6$ .

En divisant par  $-6 < 0$ , on change le sens de l'inégalité.

Donc  $x > -1$

4.  $\frac{x-5}{6} > 3x + \frac{1}{2}$

En multipliant par  $6 > 0$  membre à membre, le sens est conservé.

Donc  $x - 5 > 18x + 3$ , puis  $17x < -8$ , et enfin

$x < -\frac{8}{17}$ .

**Exercice 3 (2 points)**

Développer et réduire les expressions suivantes.

1.  $A(x) = 4 - 2x(3x + 5)$

$A(x) = 4 - 6x^2 - 10x = -6x^2 - 10x + 4.$

2.  $B(x) = -3(x + 1)(2x + 7)$

$B(x) = -3(2x^2 + 7x + 2x + 7) = -3(2x^2 + 9x + 7) = -6x^2 - 27x - 21.$

**Exercice 4 (4 points)**

1. Mettre les nombres suivants sous forme décimale (exemple :  $\frac{1}{2} = 0,5$ ). Justifier.

$A = \frac{7}{5}$

$B = \frac{11}{4}$

$A = \frac{7}{5} = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = \frac{14}{10} = 1,4.$

$B = \frac{11}{4} = \frac{11 \times 25}{4 \times 25} = \frac{275}{100} = 2,75.$

2. Montrer que le nombre  $\frac{2}{3} + \frac{29}{6}$  est un nombre décimal.

$\frac{2}{3} + \frac{29}{6} = \frac{4}{6} + \frac{29}{6} = \frac{33}{6} = \frac{3 \times 11}{3 \times 2} = \frac{11}{2} = \frac{55}{10^1}.$

Donc c'est un nombre décimal.

3. Le nombre  $(3 - \sqrt{13}) \times (3 + \sqrt{13})$  est-il un entier ? Justifier.

$(3 - \sqrt{13}) \times (3 + \sqrt{13}) = 3^2 - \sqrt{13}^2 = 9 - 13 = -4 \in \mathbb{Z}.$

C'est bien un entier relatif.

4. Donner un exemple de nombre décimal mais pas entier compris entre  $-3$  et  $0$ .

Le nombre  $-1,7$  convient.

**Exercice 5 (2 points)**

Dans 40 ans, Pierre aura 11 fois l'âge qu'il a aujourd'hui. Quel âge a-t-il ?

Notons  $x$  l'âge de Pierre.

$x + 40 = 11x$ , donc  $10x = 40$ , et  $x = 4$ .

Pierre a 4 ans.

**Exercice 6 (4 points)**

1.  $a = 2 - 3 \times \frac{11}{4} = 2 - \frac{33}{4} = \frac{8}{4} - \frac{33}{4} = -\frac{25}{4}.$

2.  $b = \frac{12}{35} \div \frac{60}{21} = \frac{12}{35} \times \frac{21}{60} = \frac{6 \times 2 \times 3 \times 7}{7 \times 5 \times 6 \times 2 \times 5} = \frac{3}{25}.$

3.  $c = -2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} + 1 = -2 \times \frac{25}{9} + \frac{15}{9} + \frac{9}{9} = -\frac{26}{9}.$

4.  $d = \left(6 - \frac{4}{5}\right) \times \frac{25}{13} = \frac{30-4}{5} \times \frac{25}{13} = \frac{26}{5} \times \frac{25}{13} = \frac{13 \times 2 \times 5 \times 5}{5 \times 13} = 10.$

**Exercice 7 (2 points)**

On considère l'algorithme suivant où  $x$  et  $y$  sont des nombres.

```
Entrer x
y ← 2 × x
y ← y + 3
y ←  $\frac{x}{y}$ 
Afficher y
```

1. Que renvoie l'algorithme lorsque l'on entre  $x = 5$  ?

$x$	5		
$y$	10	13	$\frac{5}{13}$

On obtient  $\frac{5}{13}$ .

2. Quelle est l'expression de la fonction associée à cet algorithme ?

$f(x) = \frac{x}{2x+3}.$

3. Pour quelle valeur de  $x$  obtient-on 7 en sortie ? Justifier.

On résout l'équation  $\frac{x}{2x+3} = 7$ .

$x = 7(2x + 3)$ , donc  $x = 14x + 21$ ,  $-13x = 21$ , et  $x = -\frac{21}{13}.$

Il faut entrer  $x = -\frac{21}{13}$  pour obtenir 7 en sortie.

## Contrôle n° 1. Correction du sujet 2

### Exercice 8 (cours, 2 points)

Donner la définition d'un nombre décimal.

Un nombre est décimal s'il peut s'écrire sous la forme  $\frac{a}{10^n}$  avec  $a \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$ .

### Exercice 9 (4 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

1.  $1 - x = \frac{2}{3}$

$$x = 1 - \frac{2}{3}, x = \frac{3-2}{3}, x = \frac{1}{3}.$$

La solution est  $\frac{1}{3}$ .

2.  $x + 7 = -11 - x$

$$2x = -18, \text{ et } x = -9.$$

La solution est  $-9$ .

3.  $-4x + 1 > 2x + 7$

$$-6x > 6.$$

En divisant par  $-6 < 0$ , on change le sens de l'inégalité.

Donc  $x < -1$

4.  $\frac{2x+3}{6} > x - \frac{1}{2}$

En multipliant par  $6 > 0$  membre à membre, le sens est conservé.

Donc  $2x + 3 > 6x - 3$ , puis  $4x < 6$ , et enfin

$x < \frac{3}{2}$ .

### Exercice 10 (2 points)

Développer et réduire les expressions suivantes.

1.  $A(x) = 2 - 7x(3x + 4)$

$$A(x) = 2 - 21x^2 - 28x = -21x^2 - 28x + 2$$

2.  $B(x) = -3(x - 4)(x + 3)$

$$B(x) = -3(x^2 + 3x - 4x - 12) = -3(x^2 - x - 12) = -3x^2 + 3x + 36.$$

### Exercice 11 (5 points)

1. Mettre les nombres suivants sous forme décimale (exemple :  $\frac{1}{2} = 0,5$ ). Justifier.

$$A = \frac{3}{5}, \text{ et } B = \frac{7}{25}.$$

$$A = \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$B = \frac{7}{25} = \frac{7 \times 4}{25 \times 4} = \frac{28}{100} = 0,28$$

2. Montrer que le nombre  $\frac{61}{6} - \frac{2}{3}$  est un nombre décimal.

$$\frac{61}{6} - \frac{2}{3} = \frac{61}{6} - \frac{4}{6} = \frac{57}{6} = \frac{3 \times 19}{3 \times 2} = \frac{19}{2} = \frac{95}{10^1}. \text{ C'est donc un nombre décimal.}$$

3. Le nombre  $(6 - \sqrt{11}) \times (6 + \sqrt{11})$  est-il un nombre entier ? Justifier.

$$(6 - \sqrt{11}) \times (6 + \sqrt{11}) = 6^2 - \sqrt{11}^2 = 36 - 11 = 25 \in \mathbb{N}.$$

C'est un nombre entier naturel.

4. Donner un exemple de nombre décimal mais pas entier compris entre  $-1$  et  $1$ .

Le nombre  $0,27$  convient.

### Exercice 12 (2 points)

Arthur a 18 ans. Jeanne a 2 ans. Dans combien d'années Arthur aura-t-il 3 fois l'âge de Jeanne ?

Soit  $x$  le nombre d'années cherché.

$18 + x = 3 \times (2 + x)$  ssi  $18 + x = 6 + 3x$ , donc  $2x = 12$ , et  $x = 6$ .

Arthur aura 3 fois l'âge de Jeanne dans 6 ans.

### Exercice 13 (4 points)

1.  $a = 6 - 2 \times \frac{11}{3} = \frac{18}{3} - \frac{22}{3} = -\frac{4}{3}$ .

2.  $b = \frac{22}{45} \div \frac{55}{36} = \frac{22}{45} \times \frac{36}{55} = \frac{2 \times 11 \times 9 \times 4}{9 \times 5 \times 5 \times 11} = \frac{8}{25}$ .

3.  $c = -2 \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 + \frac{7}{4} + 1 = -2 \times \frac{49}{16} + \frac{7}{4} + 1 = -\frac{49}{8} + \frac{14}{8} + \frac{8}{8} = -\frac{27}{8}$ .

4.  $d = \left(8 + \frac{4}{5}\right) \times \frac{25}{11} = \frac{40+4}{5} \times \frac{25}{11} = \frac{44}{5} \times \frac{25}{11} = \frac{4 \times 11 \times 5 \times 5}{5 \times 11} = 20$ .

### Exercice 14 (2 points)

On considère l'algorithme suivant où  $x$  et  $y$  sont des nombres.

Entrer  $x$

$y \leftarrow 4 \times x$

$y \leftarrow y + 1$

$y \leftarrow \frac{x}{y}$

Afficher  $y$

1. Que renvoie l'algorithme lorsque l'on entre  $x = 5$  ?

$x$	5		
$y$	20	21	$\frac{5}{21}$

On obtient  $\frac{5}{21}$ .

2. Quelle est l'expression de la fonction associée à cet algorithme ?

$$f(x) = \frac{x}{4x + 1}.$$

3. Pour quelle valeur de  $x$  obtient-on 7 en sortie ? Justifier.

On résout l'équation  $\frac{x}{4x + 1} = 7$ .

$$x = 7(4x + 1), \text{ donc } x = 28x + 7, -27x = 7, \text{ et } x = -\frac{7}{27}.$$

Il faut entrer  $x = -\frac{7}{27}$  pour obtenir 7 en sortie.