**1re G. Correction de l'interrogation n° 7. Sujet 1**

**Exercice 1 (5 points)**

1. $(A_n)$ est la suite arithmétique de premier terme $A_0 = 3$ et de raison $-4$.

   (a) Pour tout $n \geqslant 0$, $A_n = 3 - 4n$

   (b) $A_{10} = -37$

   (c) $S_{10} = A_0 + A_1 + \cdots + A_{10} = -187$

2. Donner un exemple de terme général d'une suite géométrique décroissante : $u_n = 2 \times 0,1^n$

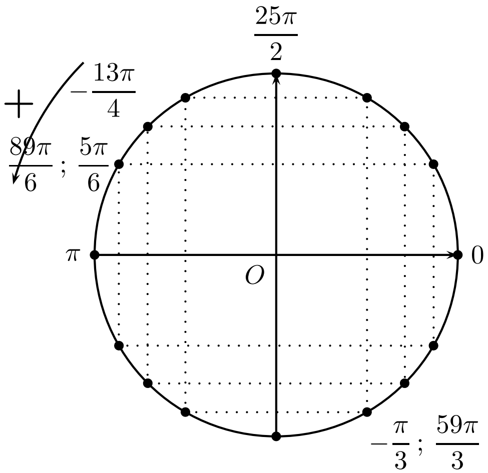
3. Soit $(G_n)$ est la suite géométrique de premier terme $G_1 = 500$ et de raison $q = 0,9$.
   Alors, pour tout $n \geqslant 1$, $G_n = 500 \times 0,9^{n-1}$

4. Donner 3 réels différents mais qui ont la même image que $\frac{\pi}{7}$.
   Les nombres $\frac{15\pi}{7}$ ; $\frac{29\pi}{7}$ ; $-\frac{13\pi}{7}$ conviennent.

**Exercice 2 (3 points)**

Placer sur le cercle ci-contre l'image de chacun des réels suivants.

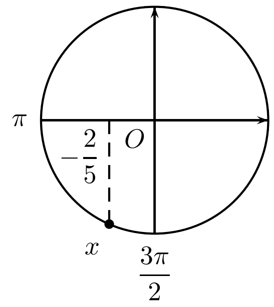
1. $0$ ;$\pi$ ;$-\frac{\pi}{3}$ ; $\frac{5\pi}{6}$ ;
2. $\frac{25\pi}{2}$ ; $-\frac{13\pi}{4}$ ; $\frac{59\pi}{3}$ ; $\frac{89\pi}{6}$.




**Exercice 3 (4 points)**

Soit $x$ le réel de l'intervalle $\left[\pi ; \frac{3\pi}{2}\right]$, tel que $\cos x = -\frac{2}{5}$.

1. Placer l'image de $x$ sur le cercle trigonométrique (nouvelle figure).




2. Déterminer la valeur exacte de $\sin x$.
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
   Donc $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$.
   Ainsi, $\cos x = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$ ou bien $\cos x = \sqrt{\frac{21}{25}} = -\frac{\sqrt{21}}{5}$.
   Comme $x$ appartient à $\left[\pi ; \frac{3\pi}{2}\right]$, on a $\cos x \leqslant 0$.
   Finalement, $\boxed{\cos x = -\frac{\sqrt{21}}{5}.}$

**Exercice 4 (6 points +1)**

Soit $(u_n)$ la suite définie par $u_0 = 2000$ et pour tout $n \geqslant 0$,

$$u_{n+1} = 0,8u_n + 50.$$

1. Calculer $u_1$ et $u_2$.
   $u_1 = 0,8 \times 2000 + 50 = 1650$. $u_2 = 0,8 \times 1650 + 50 = 1370$.
2. On considère la suite $(V_n)$ définie pour tout $n \geqslant 0$ par

$$V_n = u_n - 250.$$

   (a) Calculer $V_0$ et $V_1$.
   $V_0 = 1750$, $V_1 = 1400$.

   (b) Montrer que pour tout entier $n$, $V_{n+1} = 0,8V_n$.
   En déduire la nature de la suite $(V_n)$ et préciser ses éléments caractéristiques.
   $V_{n+1} = u_{n+1} - 250 = 0,8u_n + 50 - 250 = 0,8(V_n + 250) + 50 - 250 = 0,8V_n$.

$(V_n)$ est la suite géométrique de raison 0,8, et de premier terme $V_0 = u_0 - 250 = 1750$.

(c) Exprimer $V_n$ en fonction de $n$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = V_0 \times q^n = 1750 \times 0,8^n$.

3. En déduire que pour tout $n \geqslant 0$,

$$u_n = 1750 \times (0,8)^n + 250.$$

$u_n = V_n + 250 = 1750 \times (0,8)^n + 250$.

4. Exprimer en fonction de $n$. Justifier

(a) $S = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$.
$S = V_0 \times \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} = 1750 \times \dfrac{1-0,8^{n+1}}{1-0,8} = 5 \times 1750(1-0,8^{n+1}) = 8750 \times (1-0,8^{n+1})$

(b) Bonus
$T = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = V_n + 250$.
$T = 8750 \times (1-0,8^{n+1}) + 250 \times (n+1)$.

**Exercice 5 (2 points)**
Calculer le cosinus et le sinus des réels suivants en se ramenant à des valeurs remarquables. $a = -\dfrac{\pi}{3}$, et $b = \dfrac{13\pi}{6}$.

$\cos -\dfrac{\pi}{3} = \cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$. $\qquad \sin -\dfrac{\pi}{3} = -\sin\dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

On remarque que $\dfrac{13\pi}{6} = 2\pi + \dfrac{\pi}{6}$.

$\cos\dfrac{13\pi}{6} = \cos(2\pi + \dfrac{\pi}{6}) = \cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. $\qquad \sin\dfrac{13\pi}{6} = \sin(2\pi + \dfrac{\pi}{6}) = \sin\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{1}{2}$.

## 1re G. Interrogation n° 7. Sujet 2

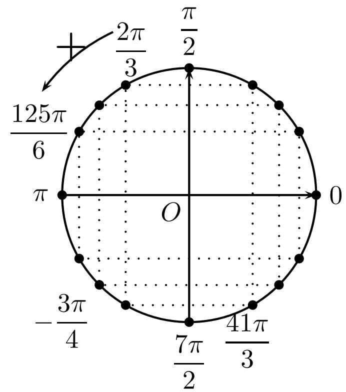
**Exercice 6 (5 points)**
Compléter sur l'énoncé. Aucune justification n'est attendue.

1. $(A_n)$ est la suite arithmétique de premier terme $A_1 = 3$ et de raison $-4$.
   (a) Pour tout $n \geqslant 0$, $A_n = 3 - 4(n-1)$
   (b) $A_{10} = 3 - 4 \times 9 = -33$
   (c) $S_{10} = A_1 + \cdots + A_{10} = \dfrac{3-33}{2} \times 10 = -150$
2. Donner un exemple de terme général d'une suite géométrique décroissante : $u_n = 2 \times 0,3^n$.
3. Soit $(G_n)$ est la suite géométrique de premier terme $G_0 = 400$ et de raison $q = 1,2$.
   Alors, pour tout $n \geqslant 0$, $G_n = 400 \times 1,2^n$.
4. Donner 3 réels différents mais qui ont la même image que $\dfrac{-2\pi}{9}$.
   Les réels $\dfrac{16\pi}{9}$ ; $\dfrac{34\pi}{9}$ ; $\dfrac{52\pi}{9}$.

**Exercice 7 (3 points)**
Aucune justification n'est demandée.

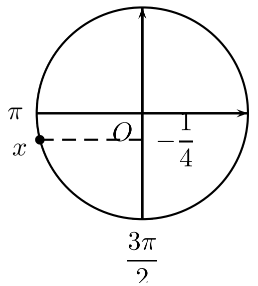
Placer sur le cercle ci-contre l'image de chacun des réels suivants :

1. $0$ ; $\pi$ ; $\dfrac{\pi}{2}$ ; $\dfrac{2\pi}{3}$ ;
2. $\dfrac{7\pi}{2}$ ; $\dfrac{-3\pi}{4}$ ; $\dfrac{41\pi}{3}$ ; $\dfrac{125\pi}{6}$.




**Exercice 8 (4 points)**
Soit $x$ le réel de l'intervalle $\left[\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$, tel que $\sin x = -\dfrac{1}{4}$.

1. Placer l'image de $x$ sur le cercle trigonométrique (nouvelle figure).




2. Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
Donc $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(-\dfrac{1}{4}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{16} = \dfrac{15}{16}$.
Ainsi, $\cos x = \sqrt{\dfrac{15}{16}} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$ ou bien $\cos x = -\sqrt{\dfrac{15}{16}} = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$.
Comme $x$ appartient à $\left[\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$, on a $\cos x \leqslant 0$.
Finalement, $\boxed{\cos x = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}.}$

**Exercice 9 (6 points+1)**
Soit $(u_n)$ la suite définie par $u_0 = 1000$ et pour tout $n \geqslant 0$,

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 90.$$

1. Calculer $u_1$ et $u_2$.
$u_1 = 0,9 \times 1000 + 90 = 990$, et $u_2 = 0,9 \times 990 + 90 = 981$.
2. On considère la suite $(V_n)$ définie pour tout $n \geqslant 0$ par

$$V_n = u_n - 900.$$

(a) Calculer $V_0$ et $V_1$.
$V_0 = u_0 - 900 = 100$, et $V_1 = u_1 - 900 = 90$.
(b) Montrer que pour tout n$\in \mathbb{N}$, $V_{n+1} = 0,9V_n$.
En déduire la nature de la suite $(V_n)$ et préciser ses éléments caractéristiques.

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= u_{n+1} - 900 \\ &= 0,9u_n + 90 - 900 \\ &= 0,9u_n - 810 \\ &= 0,9(V_n + 900) - 810 \\ &= 0,9V_n + 810 - 810 \\ &= 0,9V_n \end{aligned}$$

Donc $(V_n)$ est la suite géométrique de raison 0,9 et de 1er terme $V_0 = 100$.
(c) Exprimer $V_n$ en fonction de $n$.
$V_n = V_0 \times q^n = 100 \times 0,9^n$.

3. En déduire que pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = 100 \times (0,9)^n + 900$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = u_n - 900$, soit $u_n = V_n + 900$.
Donc $u_n = 100 \times 0,9^n + 900$.
4. Exprimer en fonction de $n$. Justifier
(a) $S = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$.
D'après la somme des temres d'une suite géoémtrique,
$S = V_0 \times \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 100 \times \dfrac{1 - 0,9^{n+1}}{1 - 0,9} = 10 \times 100(1 - 0,9^{n+1})$
$S = 1000 \times (1 - 0,9^{n+1})$.
(b) Bonus
$T = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
On rappelle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = V_n + 900$.

$$\begin{aligned} T &= V_0 + 900 + V_1 + 900 + \cdots + V_n + 900 \\ &= (V_0 + V_1 + \cdots + V_n) + 900 \times (n+1) \\ &= 1000 \times (1 - 0,9^{n+1}) + 900(n+1) \end{aligned}$$

**Exercice 10 (2 points)**
Calculer le cosinus et le sinus des réels suivants en se ramenant à des valeurs remarquables. $a = -\dfrac{\pi}{6}$, et $b = \dfrac{9\pi}{4}$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(-x) = \cos(x)$, et $\sin(-x) = -\sin x$.
$\cos(-\dfrac{\pi}{6}) = \cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $\sin(-\dfrac{\pi}{6}) = -\sin\dfrac{\pi}{6} = -\dfrac{1}{2}$
On a $\dfrac{9\pi}{4} = 2\pi + \dfrac{\pi}{4}$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$, et $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$.
$\cos\dfrac{9\pi}{4} = \cos(2\pi + \dfrac{\pi}{4}) = \cos\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. $\qquad$ $\sin\dfrac{9\pi}{4} = \sin(2\pi + \dfrac{\pi}{4}) = \sin\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.