

Nom : Lundi 11/04/2022

Prénom :

### 1G. Interrogation n° 9

#### Exercice 1 (8 points)

On considère le jeu suivant :

le joueur place une mise de  $n$  euros sur la table,  $n$  étant un entier naturel non nul.

Puis il tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes.

Si la carte tirée est :

- un as, le joueur récupère sa mise puis gagne sa mise au carré.
- un roi, le joueur récupère sa mise puis gagne sa mise plus huit euros.
- une dame ou un valet, le joueur récupère sa mise puis gagne sa mise.

Dans les autres cas, le joueur perd sa mise.

On note  $X$  la variable aléatoire donnant le gain du joueur, en tenant compte de sa mise au départ.

1. Déterminer les différentes valeurs prises par  $X$ .
2. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
3. Calculer  $E(X)$  en fonction de  $n$ .
4. Existe-t-il des valeurs de  $n$  pour lesquelles le jeu est équitable ? Justifier.
5. Pour quelles valeurs de  $n$  le joueur peut-il espérer gagner en moyenne au moins deux fois sa mise s'il joue un grand nombre de fois ?

#### Exercice 2 (7 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-10; 10]$  par

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1.$$

- 1.(a) Calculer  $f'(x)$ , la dérivée de  $f$ .  
(b) Déterminer le tableau de variation de  $f$  sur  $[-10; 10]$ .  
(c) En déduire un encadrement de  $f(x)$  lorsque  $x$  appartient à  $[-10; 10]$ .
2. Existe-t-il des points de  $\mathcal{C}$  où la tangente est parallèle à la droite d'équation  $y = -9x + 2$  ? Dans l'affirmative, préciser les coordonnées de ces points.

#### Exercice 3 (5 points)

Démontrer que tous les rectangles d'aire 100 ont un périmètre supérieur ou égal à 40.

Indication : on sera amené à étudier les variations la fonction  $P$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $P(x) = 2x + \frac{200}{x}$ .