NOM : 12/12/2023
Prénom :

Terminale STI. Spécialité. Contrôle n° 3

Exercice 1 (questions de cours, 2 points)

Compléter sur l'énoncé.

1. Soit $f(x) = \mathrm{e}^x$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \ldots$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = \ldots$, et $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = \ldots$
3. Pour tous réels a et b, $\mathrm{e}^{a+b} = \ldots\ldots$

Exercice 2 (3 points)

Démontrer les égalités suivantes pour tout réel x :

1. $(\mathrm{e}^x + 1)(\mathrm{e}^{-x} - 1) = \mathrm{e}^{-x} - \mathrm{e}^x$
2. $\dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x + 1} = \dfrac{1 - \mathrm{e}^{-x}}{1 + \mathrm{e}^{-x}}$

Exercice 3 (4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

1. $\mathrm{e}^{4x+1} = \mathrm{e}^{x-5}$ 2. $\mathrm{e}^{2x+3} = \mathrm{e}$ 3. $\mathrm{e}^{-x} < \dfrac{1}{\mathrm{e}^3}$

Exercice 4 (5,5 points)

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

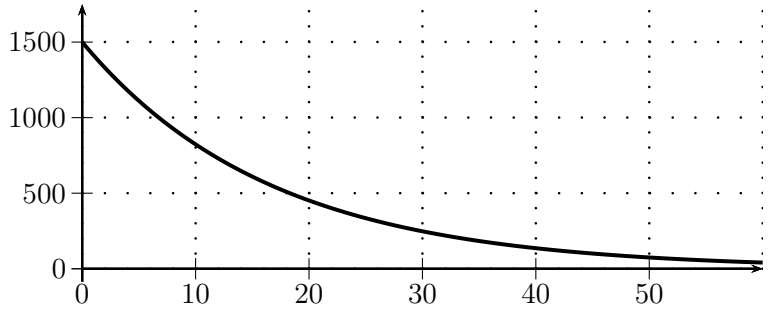
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3 + x\mathrm{e}^x$.

1. Affirmation 1 : "pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = (1+x)\mathrm{e}^x$".
2. Affirmation 2 : "La fonction g est croissante sur $\mathbb{R}$."
3. Affirmation 3 : "La fonction g admet un minimum égal à e".
4. Affirmation 4 : "La tangente à la courbe de g au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x + 3$".

Exercice 5 (5,5 points)

Une société souhaite tester un nouveau détecteur qui permet de mesurer la désintégration de noyaux radioactifs. On modélise le nombre de noyaux radioactifs (en milliards) présents dans un échantillon au bout de t heures après le début du test à l'aide de la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(t) = 1500\mathrm{e}^{-0,06t}$.

1. En utilisant la représentation graphique ci-contre, conjecturer la limite de la fonction f en $+\infty$.



2. Calculer $f'(t)$.
3. En déduire les variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$.

4.(a) Calculer le nombre de noyaux présents dans l'échantillon radioactif 24 heures après le début du test. On arrondira à l'unité.

(b) Au bout de combien d'heures le nombre de noyaux radioactifs deviendra-t-il inférieur à la moitié du nombre de noyaux initialement présents dans l'échantillon ? On utilisera le tableau de valeurs de la calculatrice et on arrondira à l'heure près.

(c) Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$ et l'interpréter.