

Contrôle de mathématiques n° 2

Exercice 1 (3 points)

Énoncer la propriété relative au signe d'une fonction trinôme du second degré.

Exercice 2 (11 points)

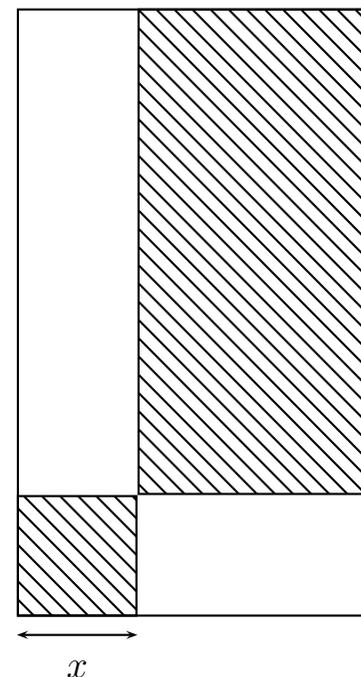
Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$. On appelle \mathcal{P} sa courbe représentative dans un repère du plan (on ne demande pas de la tracer).

- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{P} avec l'axe des abscisses.
- Étudier le signe de f sur \mathbb{R} . Justifier.
- Dresser le tableau de variation de f . Justifier.
- En déduire le meilleur encadrement de $f(x)$ lorsque $x \in [0; 5]$. Justifier.
- Soit (d) la droite d'équation $y = 2x - 3$. Étudier la position relative de la parabole \mathcal{P} et de la droite (d) .
Indication : on commence par étudier le signe de $f(x) - (2x - 3)$.
- Pour tout a réel, on note D_a la droite d'équation $y = ax$. Déterminer les valeurs de a pour lesquelles D_a et \mathcal{P} n'ont pas de point d'intersection.

Exercice 3 (6 points)

Une carte de vœux rectangulaire, de dimensions 6 cm et 10 cm, comporte un carré et un rectangle colorés représentés ici par des hachures. Pour des impressions en grandes quantités, on souhaite limiter la quantité d'encre pour la partie colorée.

On note x le côté du carré coloré.



- Justifier que l'aire colorée est donnée par $f(x) = 2x^2 - 16x + 60$.
- Déterminer pour quelles valeurs de x l'aire colorée ne dépasse pas la moitié de la surface totale.
- Déterminer les dimensions du carré et du rectangle colorés pour que l'aire colorée soit minimale.