Seconde. Interrogation de mathématiques n° 6
Correction du sujet 1

Exercice 1 (questions de cours, 4 points)

1. Énoncer les trois identités remarquables.
   Pour tous nombres réels a et b,
   (a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
   (b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
   (c) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
2. Compléter ci-dessous les formules de cours :
   (a) Le taux de l'évolution de y_1 à y_2 est $t = \dfrac{y_2 - y_1}{y_1}$
   (b) Si t est le taux d'évolution de y_1 à y_2, alors $y_2 = y_1 \times (1+t)$
   (c) Le taux global t_g de deux évolutions de taux respectifs t_1 et t_2 est donné par la relation : $1 + t_g = (1+t_1)(1+t_2)$.

Exercice 2 (5 points)

Compléter le tableau. On ne demande pas de justifier les résultats.

valeur initiale	valeur finale	taux d'évolution	coefficient multiplicateur	évolution en pourcentage
580	533,6	-0,08	0,92	baisse de 8 %
6000	7020	0,17	1,17	hausse de 17 %
250	305	0,22	1,22	hausse de 22%
7250	6597,5	-0,09	0,91	baisse de 9 %
1700	1853	0,09	1,09	hausse de 9 %

Exercice 3 (3 points)

1. Déterminer le taux d'évolution global associé à une hausse de 12 % suivie d'une hausse de 23%.
   $1 + t_g = (1+t_1)(1+t_2) = 1,12 \times 1,23$.
   Donc $t_g = 1,12 \times 1,23 - 1 = 0,3776$.
   $\boxed{\text{Cela revient globalement une hausse de 37,76 \%.}}$
2. Après deux remises successives de 10 %, un article est affiché au prix de 552,42 euros.
   Quel était le prix initial ?
   Le taux d'une baisse de 10 % est $t = -0,1$, et donc le coefficient multiplicateur d'une baisse de 10 % est $c = 1 + t = 1 - 0,1 = 0,9$.
   Diminuer de 10% revient à multiplier par 0,9.
   En notant y_1 la valeur de départ, et y_2 la valeur finale, on a donc
   $$y_2 = 0,9 \times 0,9 \times y_1.$$
   Donc $y_1 = \dfrac{y_2}{0,9^2} = \dfrac{552,4}{0,81} = 682$.
   $\boxed{\text{Le prix initial était de 682 euros.}}$

Exercice 4 (2 points)

Entre 2000 et 2017, les dépenses de santé ont augmenté de 40 % dans l'Union européenne.
Indiquer le taux de l'évolution réciproque (pour revenir au niveau de 2000), en pourcentage. Arrondir à 0,1 % près.
Notons t' le taux de l'évolution réciproque à la hausse de 40% (avec $t = 0,4$).
$1 + t' = \dfrac{1}{1+t} = \dfrac{1}{1+0,4} = \dfrac{1}{1,4}$.
Donc $t' = \dfrac{1}{1,4} - 1 \approx -0,2857$.

$\boxed{\text{Pour revenir au niveau de 2000, il faudrait diminuer les dépenses de 28,6 \% environ.}}$

Exercice 5 (6 points)

1. Développer et réduire l'expression $A(x) = 4 - 7(x+5)^2$.
   $\boxed{\begin{array}{l} A(x) = 4 - 7(x^2 + 10x + 25) = 4 - 7x^2 - 70x - 175 \\ A(x) = -7x^2 - 70x - 171 \end{array}}$
2. Développer et réduire l'expression $B(x) = (2x+5)^2 - 3(x+1)(x-5)$.
   $\boxed{B(x) = 4x^2 + 20x + 25 - 3(x^2 - 4x - 5) = x^2 + 32x + 40}$
3. Factoriser $C(x) = (x-6)^2 - (9x+11)(x-6)$.
   $\boxed{C(x) = (x-6)[(x-6) - (9x+11)] = (x-6)(-8x-17)}$
4. Soit $D(x) = (3x-1)^2 - 49$.
   (a) Développer $D(x)$.
   $\boxed{D(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 49 = 9x^2 - 6x - 48.}$
   (b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $D(x) = (3x-8)(3x+6)$.
   $\boxed{\begin{array}{l} D(x) = (3x-1)^2 - 7^2 = (3x - 1 - 7)(3x - 1 + 7) \\ D(x) = (3x-8)(3x+6). \end{array}}$
   (c) Résoudre l'équation $D(x) = 0$.
   On utilise la forme factorisée $D(x) = (3x-8)(3x+6)$.
   Un produit de facteurs est nul ssi l'un des facteurs est nul.
   $$\begin{array}{rcl} 3x - 8 = 0 & \text{ou} & 3x + 6 = 0 \\ x = \dfrac{8}{3} & \text{ou} & x = -2 \end{array}$$
   $\boxed{\text{Les solutions sont } \dfrac{8}{3} \text{ et } -2.}$