NOM : Jeudi 03/12/2020
Prénom :

1re G. Interrogation de mathématiques n$^{\text{o}}$ 4
Sujet 2

Exercice 1 (cours, 4 points)
Compléter sur l'énoncé.

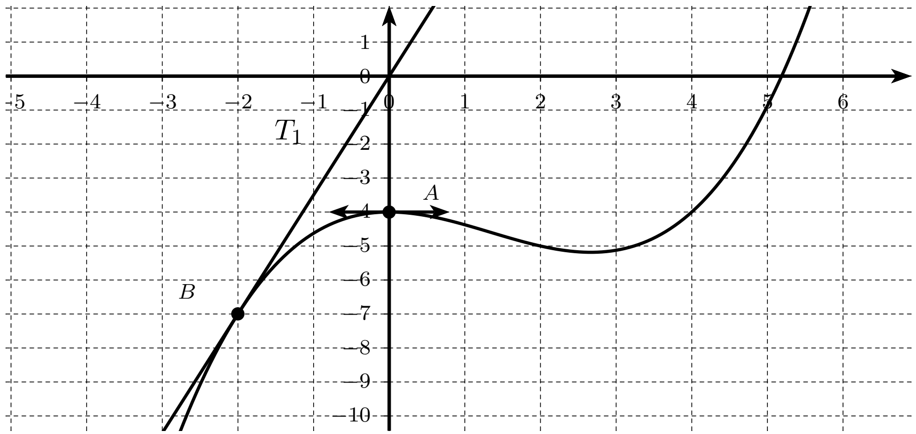
1. Opérations sur les dérivées.
   Soient u et v des fonctions dérivables sur un intervalle I, soit $k \in \mathbb{R}$. Alors
   (a) $(k \times u)$ est dérivable sur I et $(k \times u)' =$
   (b) $(u \times v)$ est dérivable sur I et $(u \times v)' =$
   (c) Si v ne s'annule pas sur I, alors
   $\frac{1}{v}$ est dérivable sur I et $\left(\frac{1}{v}\right)' =$
   et $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I et $\left(\frac{u}{v}\right)' =$
2. Dérivée de $x \mapsto g(ax+b)$.
   Soient a et b deux réels, et g une fonction définie et dérivable sur un intervalle J.
   Soit I un intervalle tel que pour tout $x \in I$, $ax+b \in J$.
   Soit f la fonction définie sur l'intervalle I par $f(x) = g(ax+b)$.
   Alors, la fonction f est dérivable sur I et pour tout $x \in I$,
   $f'(x) =$

Exercice 2 (3 points)
Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction racine carrée définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
Soit (d) la droite d'équation $y = \frac{1}{4}x - 1$.
Montrer qu'il existe une unique tangente à la courbe $\mathscr{C}$ parallèle à la droite (d), et préciser l'absicsse du point correspondant.

Exercice 3 (5 points)
Calculer l'expression de la dérivée des fonctions suivantes.

1. f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = (3-2x)\sqrt{x}$.
2. f est définie sur $]3; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{11}{x^2 - 3x}$.
3. f est définie sur $]-9; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{5-x}{x+9}$.
4. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (5x-6)^3$.

Exercice 4 (8 points)
On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
La droite T_1 est tangente à la courbe en B, et la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point A.



A : Lectures graphiques

1. Lire graphiquement $f(-2)$ et $f(0)$. Aucune justification n'est demandée.
2. Déterminer graphiquement $f'(-2)$ et $f'(0)$. Justifier.

B : Calculs de dérivées et applications
On admet désormais que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Vérifier que $f'(4) = 2$ et tracer la tangente associée sur le graphique. On fera apparaître les traits de construction.
3. (a) Montrer que la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 est la droite (d) d'équation $y = -\frac{1}{2}x - 4$.
   (b) Tracer (d).
   (c) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
   $$f(x) - \left(-\frac{1}{2}x - 4\right) = \frac{1}{8}x(x-2)^2.$$
   (d) En déduire la position relative de $\mathscr{C}_f$ et de (d).