Seconde. Correction du contrôle de mathématiques n° 4
Sujet 1

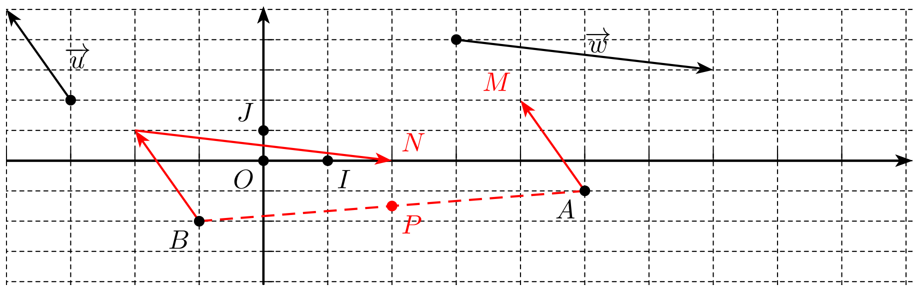
Exercice 1 (Questions de cours, 2 points)

1. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ ssi $ABDC$ est un parallélogramme.
2. K milieu du segment $[AB]$: $x_K=\dfrac{x_A+x_B}{2}$ $\quad y_K=\dfrac{y_A+y_B}{2}$

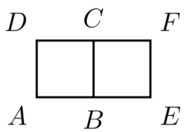
Exercice 2 (2 points)
Mettre $A=\sqrt{245}-2\sqrt{500}+3\sqrt{180}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier.
$A=\sqrt{245}-2\sqrt{500}+3\sqrt{180}=\sqrt{49\times 5}-2\sqrt{5\times 100}+3\sqrt{5\times 36}$
$A=\sqrt{49}\sqrt{5}-2\sqrt{100}\sqrt{5}+3\sqrt{5}\sqrt{36}=7\sqrt{5}-2\times 10\sqrt{5}+3\times 6\sqrt{5}$
$A=7\sqrt{5}-20\sqrt{5}+18\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

Exercice 3 (4 points)
On se place dans un repère $(O;I;J)$. On fera apparaître les traits de construction.

1. Lire graphiquement les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$.
   $\boxed{\overrightarrow{u}(-1;3) \text{ et } \overrightarrow{w}(4;-1).}$
2. Construire le point M image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$.
3. Construire le point N tel que $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{u}+\overrightarrow{w}$.
4. Construire le point P tel que $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{PA}$. $\boxed{\text{Donc } P \text{ est le milieu de } [AB].}$



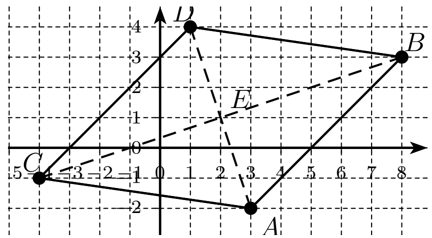
Exercice 4 (2 points)
$ABCD$ et $BEFC$ sont deux carrés.



1. $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$
2. $\boxed{\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}}$

Exercice 5 (7 points)

1. Placer dans un repère orthonormé les points $A(3;-2)$, $B(8;3)$, $C(-4,-1)$, et $D(1;4)$.



2. Déterminer les coordonnées du milieu E de $[AD]$. Placer E.
   E est le milieu de $[AD]$.
   $x_E=\dfrac{x_A+x_D}{2}=\dfrac{3+1}{2}=2.$ $\quad y_E=\dfrac{y_A+y_D}{2}=\dfrac{4-2}{2}=1.$
   $\boxed{\text{Donc } E(2;1).}$
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\ y_B-y_A\end{pmatrix}$. Donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}8-3\\ 3+2\end{pmatrix}$, $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\ 5\end{pmatrix}.}$
4. Montrer que $ABDC$ est un parallélogramme. Justifier.
   $ABDC$ est un parallélogramme ssi $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.
   $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\ y_D-y_C\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}5\\ 5\end{pmatrix}$. $\boxed{\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}, ABDC \text{ est un parallélogramme.}}$
   Autre méthode possible : déterminer le milieu F de l'autre diagonale $[BC]$, et montrer que les diagonales ont le même milieu ($E=F$).
5. Calculer la longueur AB.
   $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.
   $\boxed{AB=\sqrt{(8-3)^2+(3+2)^2)}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}.}$
6. $ABDC$ est-il un losange ? Justifier avec précision.
   Comme $ABDC$ est un parallélogramme, $ABDC$ est un losange ssi il a deux côtés consécutifs de même longueur.
   On sait déjà que $AB=5\sqrt{2}$.
   $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$.
   $AC=\sqrt{(-7)^2+1^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$.
   Donc $AB=AC$.
   $\boxed{\text{Comme le quadrilatère } ABDC \text{ est un parallélogramme et qu'il a deux côtés consécutifs de même longueur, c'est un losange.}}$

Exercice 6 (3 points)
Il y a 6 heures de décalage entre New-York et Paris.
Par exemple, quand il est 15h00 à New-York, il est 21h00 à Paris.

1. Quelle heure est-il à Paris quand il est 8h00 à New-York ?
   $8+6=14$. Il est 14h00 à Paris.
2. Quelle heure est-il à Paris quand il est 23h00 à New-York ?
   $23+6-24=23-18=5$. Il est 5h00 à Paris.
3. Compléter la fonction Python qui renvoie l'heure à Paris quand on donne à la variable n l'heure à New-York.

```
def heureParis(n) :
    if n<18 :
        p=n+6
    else :
        p=n-18
    return(p)
```

Exercice 7 (bonus, 1 point)
Montrer que, quelle que soit la valeur de l'entier n, $\dfrac{8^n\times 10}{2^{n+1}\times 4^n}=5$.

Pour tout entier n, $\dfrac{8^n\times 10}{2^{n+1}\times 4^n}=\dfrac{8^n\times 10}{2\times 2^n\times 4^n}=\dfrac{10}{2}\times\dfrac{8^n}{8^n}=5$.

Réponses non détaillées du sujet 2

Exercice 8 (Questions de cours, 2 points)

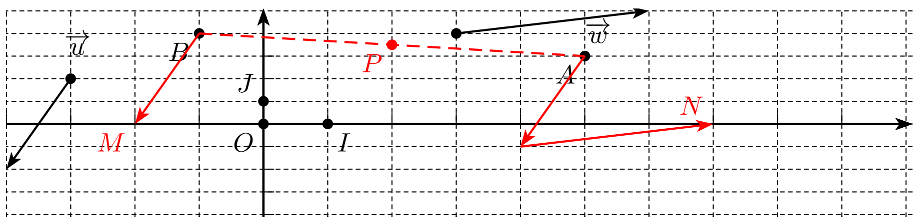
1. Relation de Chasles sur les vecteurs.
   Pour tous points A, B, et C du plan, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.
2. La distance AB est donnée par : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

Exercice 9 (2 points)
Mettre $A=\sqrt{192}-2\sqrt{147}+3\sqrt{300}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier.

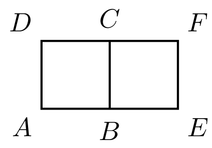
$A=\sqrt{3\times 64}-2\sqrt{3\times 49}+3\sqrt{3\times 10}=8\sqrt{3}-14\sqrt{3}+30\sqrt{3}=24\sqrt{3}$.

Exercice 10 (4 points)

1. Lire graphiquement les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$.
   $\overrightarrow{u}(-1,-4)$ et $\overrightarrow{w}(3;1)$.
2. Construire le point M image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$.
3. Construire le point N tel que $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{u}+\overrightarrow{w}$.
4. Construire le point P tel que $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{PA}$. P est le mileu de $[AB]$.



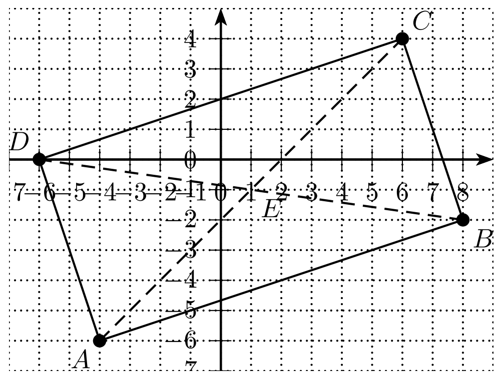
Exercice 11 (2 points)
$ABCD$ et $BEFC$ sont deux carrés.



1. $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DB}$
2. $\overrightarrow{FC}-\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{FE}$

Exercice 12 (7 points)

1. Placer dans un repère orthonormé les points $A(-4;-6)$, $B(8;-2)$, $C(6;4)$, et $D(-6;0)$.
2. Déterminer les coordonnées du milieu E de $[AC]$. Placer E. $E(1;-1)$
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{AB}(12;4)$.
4. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme. Justifier.
   On calcule les coordonnées de $\overrightarrow{DC}$. On trouve $\overrightarrow{DC}(12;4)$.
   Comme $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, $ABCD$ est un parallélogramme.
5. Calculer la longueur AC. $AC=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$.
6. $ABCD$ est-il un rectangle ? Justifier avec précision.
   On calcule BD, on trouve $BD=10\sqrt{2}$. Donc $AC=BD$.
   Comme $ABCD$ est un parallélogramme avec les diagonales de même longueur, $ABCD$ est un rectangle.



Exercice 13 (3 points)
Voir sujet 1

Exercice 14 (bonus, 1 point)
Voir sujet 1