NOM : Vendredi 17/12/2021

Prénom :

1re G. Interrogation de mathématiques n° 5

Sujet 1

Exercice 1 (cours, 1,5 point)

Compléter sur l'énoncé. Opérations sur les dérivées.

Soient u et v des fonctions dérivables sur un intervalle I, soit $k \in \mathbb{R}$. Alors

1. $(u+v)$ est dérivable sur I et $(u+v)' =$
2. $(k \times u)$ est dérivable sur I et $(k \times u)' =$
3. Si v ne s'annule pas sur I, alors $\dfrac{u}{v}$ est dérivable sur I et $\left(\dfrac{u}{v}\right)' =$

Exercice 2 (4 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 100$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{4}{5}u_n + 5$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. À l'aide de la calculatrice, donner la valeur de u_{10} arrondie à 10^{-2} près.
3. Compléter la fonction Python d'argument n qui renvoie la valeur de u_n pour tout entier $n \geqslant 0$.

```
def Terme(n) :
    u=...
    for k in range(.........):
        ...
    return(u)
```

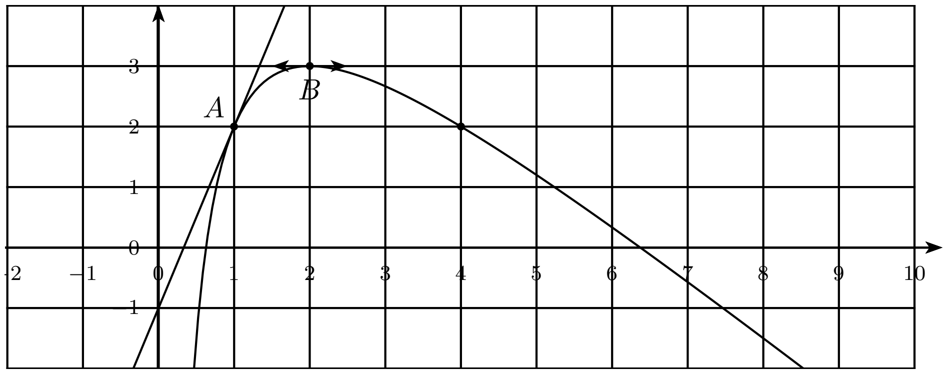
4. Écrire une fonction Python d'argument $n \geqslant 0$ qui renvoie la somme des termes de u_0 à u_n, soit $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

Exercice 3 (3,5 points)

1. En revenant à la définition du nombre dérivé, montrer que la fonction f définie sur $]5;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{3}{x-5}$ est dérivable en 8, et que $f'(8) = -\dfrac{1}{3}$.
2. À l'aide des opérations sur les dérivées, calculer $f'(x)$ pour tout $x > 5$, et retrouver la valeur de $f'(8)$.
3. En déduire une équation de la tangente T_8 à la courbe de f au point d'abscisse 8 (on ne demande pas de tracer la courbe ni la tangente).

Exercice 4 (3 points)

On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $]0;+\infty[$. On a tracé les tangentes à la courbe de f aux points A et B.



1. Déterminer deux nombres dérivés de f à l'aide du graphique. Justifier.
2. On admet que $f'(4) = -\dfrac{3}{4}$. Tracer la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 4. Aucune justification n'est attendue.

Exercice 5 (2 points)

Étudier s'il existe des points de la courbe de la fonction racine carrée ($f(x) = \sqrt{x}$) où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x+6$. Si oui, préciser les abscisses de ces points.

Exercice 6 (2 points)

La tangente à la courbe de la fonction cube ($f(x) = x^3$) au point d'abscisse 1 passe-t-elle par le point $E(4;11)$? Justifier.

Exercice 7 (4 points)

Calculer l'expression de la dérivée des fonctions suivantes.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$.
2. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = (x^2-1)\sqrt{x}$.
3. f est définie sur $]5;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2-3x}{x-5}$.

NOM : Vendredi 17/12/2021
Prénom :

1re G. Interrogation de mathématiques n° 5
Sujet 2

Exercice 8 (cours, 1,5 point)
Compléter sur l'énoncé. Opérations sur les dérivées.
Soient u et v des fonctions dérivables sur un intervalle I, soit $k \in \mathbb{R}$. Alors

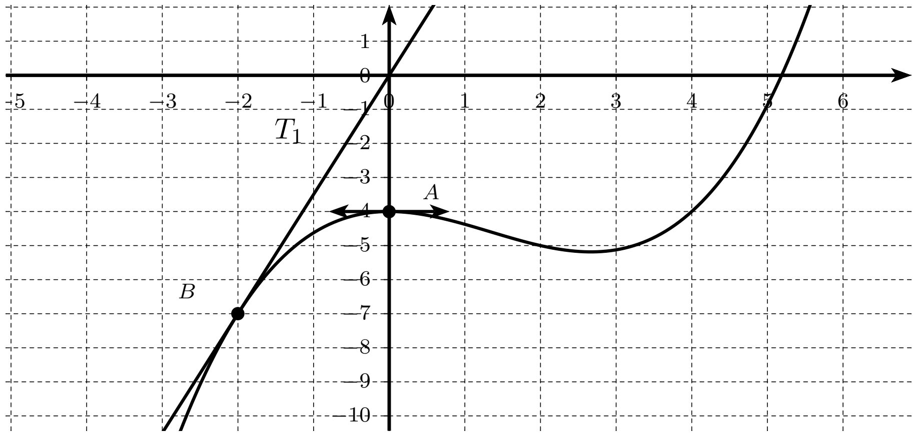
1. $(u \times v)$ est dérivable sur I et $(u \times v)' =$
2. $(k \times u)$ est dérivable sur I et $(k \times u)' =$
3. Si v ne s'annule pas sur I, alors $\dfrac{1}{v}$ est dérivable sur I et
$$\left(\frac{1}{v}\right)' =$$

Exercice 9 (4 points)
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{3}{2}u_n + 3$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. À l'aide de la calculatrice, donner la valeur de u_{10} arrondie à 10^{-2} près.
3. Compléter la fonction Python d'argument n qui renvoie la valeur de u_n pour tout entier $n \geqslant 0$.
```
def Terme(n) :
    u=...
    for k in range(.........):
        ...
    return(u)
```
4. Écrire une fonction Python d'argument $n \geqslant 0$ qui renvoie la somme des termes de u_0 à u_n, soit $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

Exercice 10 (3,5 points)
1. En revenant à la définition du nombre dérivé, montrer que la fonction f définie sur $]-\infty; 1[$ par $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$ est dérivable en -1, et que $f'(-1) = -\dfrac{1}{2}$.
2. À l'aide des opérations sur les dérivées, calculer $f'(x)$ pour tout $x < 1$, et retrouver la valeur de $f'(-1)$.
3. En déduire une équation de la tangente T_{-1} à la courbe de f au point d'abscisse -1 (on ne demande pas de tracer la courbe ni la tangente).

Exercice 11 (3 points)
On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
La droite T_1 est tangente à la courbe en B, et la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point A.



1. Déterminer graphiquement deux nombre dérivés de f. Justifier.
2. On admet que $f'(4) = 2$. Tracer la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 4. Aucune justification n'est attendue.

Exercice 12 (2 points)
Étudier s'il existe des points de la courbe de la fonction racine carrée ($f(x) = \sqrt{x}$) où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = \dfrac{1}{4}x - 1$.
Si oui, préciser les abscisses de ces points.

Exercice 13 (2 points)
La tangente à la courbe de la fonction cube ($f(x) = x^3$) au point d'abscisse 1 passe-t-elle par le point $E(4; 11)$? Justifier.

Exercice 14 (4 points)
Calculer l'expression de la dérivée des fonctions suivantes.
1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^5 + 8x^3 + 2x - 4$.
2. f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = (3 - 2x)\sqrt{x}$.
3. f est définie sur $]-9; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{5-x}{x+9}$.