

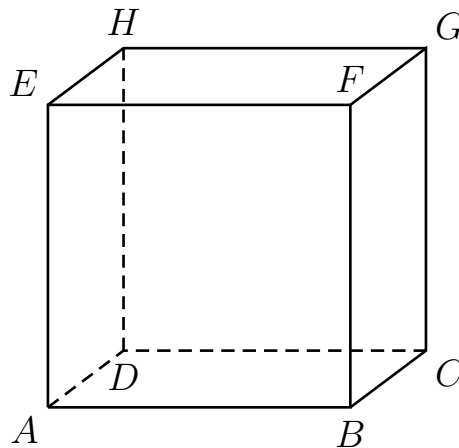
Exercice 1 (Pissarro 2014, commun à tous les candidats, 6 points)

$ABCDEFGH$ est le cube représenté ci-dessous.

Les deux parties sont indépendantes.

Partie 1

- 1.(a) Justifier que (DFG) est le plan médiateur du segment $[HC]$.
- (b) En déduire que $(DF) \perp (HC)$.
2. Montrer de même que les droites (DF) et (AC) sont orthogonales.
3. En déduire que la droite (DF) est perpendiculaire au plan (ACH) .



Partie 2

On note I le milieu de $[AE]$, J le centre de la face $CDHG$, R et S sont définis par $\overrightarrow{ER} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$, et $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. K est le milieu du segment $[RS]$.

La figure est donnée en annexe 2 (à compléter).

On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$.

- 1.(a) Calculer les coordonnées des points I et J .
- (b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (IJ) .
- 2.(a) Vérifier que $R \left(0; \frac{1}{3}; 1 \right)$ et $S \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 0 \right)$.
- (b) Déterminer les coordonnées de K .
- (c) Démontrer que les points I , K et J sont alignés.
- (d) En déduire que les points I , J , K , R et S sont coplanaires.
3. Le plan (IRS) coupe la droite (AB) en un point noté L .
- (a) Construire le point L sur la figure (on laissera les traits de construction).

- (b) Justifier que le système
$$\begin{cases} x = 2b \\ y = 2a + 2b, \\ z = \frac{1}{2} + 3a - 3b \end{cases} \quad a, b \in \mathbb{R}$$
 est une représentation paramétrique du plan (IRS) .
- (c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) .
- (d) Calculer les coordonnées de L .

Annexe de l'exercice

