

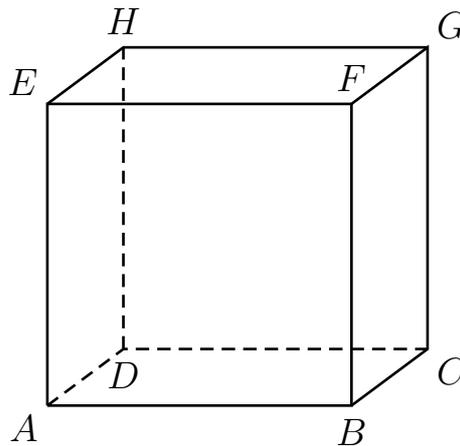
**Exercice 1 (Pissarro 2014, commun à tous les candidats, 6 points)**

$ABCDEFGH$  est le cube représenté ci-dessous.

Les deux parties sont indépendantes.

**Partie 1**

- 1.(a) Justifier que  $(DFG)$  est le plan médiateur du segment  $[HC]$ .  
(b) En déduire que  $(DF) \perp (HC)$ .
2. Montrer de même que les droites  $(DF)$  et  $(AC)$  sont orthogonales.
3. En déduire que la droite  $(DF)$  est perpendiculaire au plan  $(ACH)$ .



**Partie 2**

On note  $I$  le milieu de  $[AE]$ ,  $J$  le centre de la face  $CDHG$ ,  $R$  et  $S$  sont définis par  $\overrightarrow{ER} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$ , et  $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .  $K$  est le milieu du segment  $[RS]$ .

La figure est donnée en annexe 2 (à compléter).

On se place dans le repère  $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$ .

- 1.(a) Calculer les coordonnées des points  $I$  et  $J$ .  
(b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(IJ)$ .
- 2.(a) Vérifier que  $R\left(0; \frac{1}{3}; 1\right)$  et  $S\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 0\right)$ .  
(b) Déterminer les coordonnées de  $K$ .  
(c) Démontrer que les points  $I$ ,  $K$  et  $J$  sont alignés.  
(d) En déduire que les points  $I$ ,  $J$ ,  $K$ ,  $R$  et  $S$  sont coplanaires.
3. Le plan  $(IRS)$  coupe la droite  $(AB)$  en un point noté  $L$ .  
(a) Construire le point  $L$  sur la figure (on laissera les traits de construction).

- (b) Justifier que le système 
$$\begin{cases} x = 2b \\ y = 2a + 2b, \\ z = \frac{1}{2} + 3a - 3b \end{cases} \quad a, b \in \mathbb{R}$$
 est une représentation paramétrique du plan  $(IRS)$ .
- (c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(AB)$ .
- (d) Calculer les coordonnées de  $L$ .

### Annexe de l'exercice

