

Terminale Générale - Devoir n° 2

Sujet C (entraînement)

Exercice 8

Soit (u_n) la suite définie par
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + n + 2 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Calculer u_1 et u_2 , en détaillant les calculs.
2. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$,
 $u_n = 4 \times 2^n - n - 3$.

Exercice 9

Soit $E = \{0; 1; 2\}$ et $F = \{1; 3\}$.

1. Déterminer les ensembles $E \cup F$, $E \cap F$, $E \times F$ et F^2 .
2. Déterminer le nombre de parties de $E \times F$. Justifier.
3. Combien y a-t-il de 8-uplets de E ? Justifier.
4. Donner un quadruplet de F .

Exercice 10

Un recueil est composé de 10 pages comprenant chacune 14 vers.

Pour composer un poème de 10 vers, on choisit un vers dans chaque page comme suit :

- le premier vers du poème est choisi à la page 1,
- le deuxième vers du poème est choisi à la page 2,
- et ainsi de suite jusqu'à la page 10.

Combien de poèmes différents peut-on composer? Ce nombre est-il de l'ordre de la centaine de milliards? Justifier.

Exercice 11

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x^2 - x + 3)e^{-2x}$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier que f est une solution de l'équation différentielle
(E) : $y' + 4y = (4x^2 + 2x + 5)e^{-2x}$.

Exercice 12

Soient u et g les fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R}$ et sur

$\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $u(x) = 3x - 1$ et $g(x) = \frac{1}{x+2}$.

Déterminer l'expression de la fonction $f = g \circ u$, en précisant son ensemble de définition.

Exercice 13

Dériver les fonctions suivantes.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $A(x) = \sqrt{4x^2 + 9}$.
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $B(x) = (5 - 2x)^5$.
3. Sur $]2; +\infty[$, $C(x) = \frac{1}{(x-2)^3}$.

Exercice 14

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x^2+2x}$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Déterminer le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$ (on ne demande pas les limites en $-\infty$ et $+\infty$).
3. Bonus : Existe-t-il des tangentes à la courbe de f passant par l'origine O du repère? Justifier. On ne demande pas de préciser leur équation.