1G. Devoir maison n° 7
À rendre le mardi 06/02/2024

Exercice 1 (le stand de tir)
Dans un stand de tir, une personne effectue des tirs successifs pour atteindre plusieurs cibles.
La probabilité que la première cible soit atteinte est $\frac{1}{2}$. Lorsqu'une cible est atteinte, la probabilité d'atteindre la suivante est $\frac{3}{4}$. Lorsqu'une cible n'est pas atteinte, la probabilité d'atteindre la suivante est $\frac{1}{2}$.
On note A_n : " La n^{e} cible est atteinte", et $a_n = P(A_n)$, $b_n = P(\overline{A_n})$.
Remarque : pour tout n$\geqslant 1$, on a $b_n = 1 - a_n$.

1. Donner a_1, b_1, puis déterminer a_2, b_2.
   Indication : pour a_2 et b_2, faire un arbre et appliquer la formule des probabilités totales.
2. Montrer que pour tout $n \geqslant 1$, $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + \frac{1}{2}b_n$ puis $a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{1}{2}$.
   Indication : procéder comme à la question 1.
3. Écrire le script d'une fonction Python d'argument n qui retourne a_n.
4. On pose $u_n = a_n - \frac{2}{3}$ pour tout $n \geqslant 1$.
   (a) Montrer que (u_n) est géométrique, et donner ses éléments caractéristiques.
   (b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n (pour tout $n \geqslant 1$), puis celle de a_n.
   (c) Calculer a_{10} arrondi à 10^{-4} et comparer avec le résultat obtenu à l'aide de la fonction Python et avec le mode suite de la calculatrice.

Exercice 2
Soit x le réel de l'intervalle $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$, tel que $\sin x = -\frac{1}{5}$.

1. Placer l'image de x sur le cercle trigonométrique.
2. Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.

1G. Devoir maison n° 7
À rendre le mardi 06/02/2024

Exercice 1 (le stand de tir)
Dans un stand de tir, une personne effectue des tirs successifs pour atteindre plusieurs cibles.
La probabilité que la première cible soit atteinte est $\frac{1}{2}$. Lorsqu'une cible est atteinte, la probabilité d'atteindre la suivante est $\frac{3}{4}$. Lorsqu'une cible n'est pas atteinte, la probabilité d'atteindre la suivante est $\frac{1}{2}$.
On note A_n : " La n^{e} cible est atteinte", et $a_n = P(A_n)$, $b_n = P(\overline{A_n})$.
Remarque : pour tout n$\geqslant 1$, on a $b_n = 1 - a_n$.

1. Donner a_1, b_1, puis déterminer a_2, b_2.
   Indication : pour a_2 et b_2, faire un arbre et appliquer la formule des probabilités totales.
2. Montrer que pour tout $n \geqslant 1$, $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + \frac{1}{2}b_n$ puis $a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{1}{2}$.
   Indication : procéder comme à la question 1.
3. Écrire le script d'une fonction Python d'argument n qui retourne a_n.
4. On pose $u_n = a_n - \frac{2}{3}$ pour tout $n \geqslant 1$.
   (a) Montrer que (u_n) est géométrique, et donner ses éléments caractéristiques.
   (b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n (pour tout $n \geqslant 1$), puis celle de a_n.
   (c) Calculer a_{10} arrondi à 10^{-4} et comparer avec le résultat obtenu à l'aide de la fonction Python et avec le mode suite de la calculatrice.

Exercice 2
Soit x le réel de l'intervalle $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$, tel que $\sin x = -\frac{1}{5}$.

1. Placer l'image de x sur le cercle trigonométrique.
2. Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.