

# Chapitre 2 : Statistiques

## Exercice 1

Lire les effectifs sur un histogramme : [ressource 1111](#)

Dans tout le chapitre, on considère une série statistique à caractère quantitatif.  
On note l'effectif total  $N$ .

## I Médiane, quartiles

### I.1 Médiane

#### Définition (cas discret)

On considère une série à caractère discret dont les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant.

On appelle médiane de la série et on note  $Me$  tout nombre tel que :

- au moins 50% des individus ont une valeur inférieure à  $Me$ ,
- et au moins 50% des individus ont une valeur supérieure à  $Me$ .

Méthode de détermination

Si l'effectif total  $N$  est impair, la médiane est la valeur centrale de la série.

Si l'effectif total  $N$  est pair, on choisit pour médiane la demi-somme des deux valeurs centrales.

Plus précisément,

pour  $N$  impair,  $N = 2k + 1$ , alors  $Me = x_{k+1}$ , c'est-à-dire la  $(k + 1)^e$  valeur ;

pour  $N$  pair,  $N = 2k$ , alors on prend  $Me = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}$ .

#### Remarque

Si  $N$  est pair et que les deux valeurs centrales sont distinctes, alors tout nombre compris strictement entre ces deux valeurs centrales peut être appelé médiane (il n'y a pas unicité).  
Dans les autres cas, la médiane est unique.

#### Exercice 2

1. Médiane à partir des ECC : [ressource 811](#)
2. Médiane à partir des FCC : [ressource 812](#)
3. Médiane à partir du diagramme des FCC : [ressource814](#)

#### Remarque (Médiane d'une série à caractère continu)

On trace la courbe des fréquences cumulées croissantes.

La médiane  $Me$  est l'abscisse du point de la courbe qui a pour ordonnée  $\frac{1}{2}$ .

### I.2 Quartiles

**Définition**

On considère une série à caractère discret dont les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant.

Le premier quartile  $Q_1$  est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% des données soient inférieures ou égales à ce nombre.

Le troisième quartile  $Q_3$  est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75% des données soient inférieures ou égales à ce nombre.

$[Q_1; Q_3]$  est l'intervalle interquartile,  $Q_3 - Q_1$  est l'écart interquartile.

**Exercice 3**

1. Médiane et quartiles à partir des ECC : [ressource 3896](#)
2. Médiane et quartiles à partir des FCC : [ressource 3897](#)

**I.3 Diagramme en boîte**

Ce type de diagramme permet de résumer les principaux indicateurs de la série.

**Exercice 4**

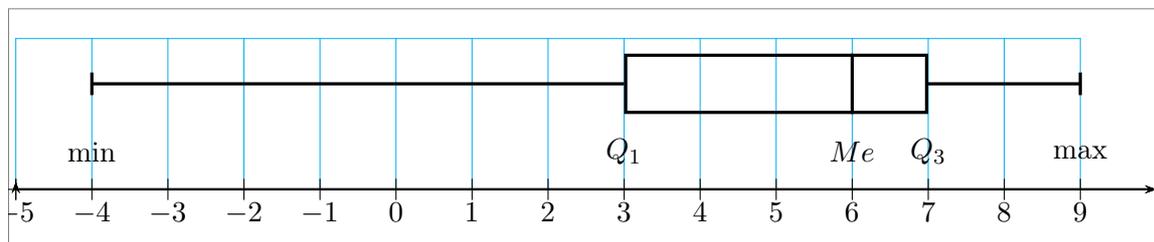
Voici un relevé des températures durant le mois de février :

Température observée	-4	-3	-2	0	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre de jours	1	2	1	1	1	1	2	3	4	5	4	3
Effectifs croissants cumulés												

1. Compléter les effectifs cumulés croissants.
2. L'effectif total est  $N = \dots$
3.  $\frac{N}{4} = \dots$ , donc  $Q_1$  est la ...<sup>e</sup> valeur :  $Q_1 = \dots$
4.  $\frac{3N}{4} = \dots$ , donc  $Q_3$  est la ...<sup>e</sup> valeur :  $Q_3 = \dots$
5. Détermination de la médiane  $Me$

.....  
 .....  
 .....

On résume la série par le diagramme en boîte (ou boîte à moustache) suivant :



Cette série a pour valeur minimale  $-4$ , pour maximum  $9$ .

Le premier quartile est  $3$ , la médiane est  $6$ , et le troisième quartile est  $7$ .

**Exercice 5**

1. Lire un diagramme en boîte : [ressource 3517](#)
2. Construire un diagramme en boîte à partir des FCC : [ressource 3519](#)
3. Construire un diagramme en boîte à partir des ECC : [ressource 3520](#)

## II Moyenne et écart-type

Notation : On s'intéresse à une série statistique de valeurs  $x_i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) qui apparaissent chacune  $n_i$  fois ( $n_i$  est l'effectif de  $x_i$ ).

L'effectif total de la série est  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ .

La fréquence de la valeur  $x_i$  est le nombre  $f_i = \frac{n_i}{N}$ .

On a  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$ .

### II.1 Moyenne

#### Définition

La moyenne de la série statistique de valeurs et effectifs  $(x_1, n_1), \dots, (x_k, n_k)$  est le nombre noté  $\bar{x}$  défini par :

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_kx_k}{N}$$

À partir des valeurs  $x_i$  et fréquences  $f_i$ ,  $1 \leq i \leq k$ , la moyenne s'écrit

$$\bar{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_kx_k$$

#### Remarque

Dans le cas où les données de la série statistique sont regroupées en classes, les formules précédentes s'appliquent en prenant pour valeurs  $x_1, \dots, x_r$  les centres des classes. On a alors une estimation de la moyenne.

#### Exercice 6

1. Calcul de moyenne : [ressource 819](#)
2. Moyenne d'une série à caractère continu : [ressource 816](#)

### II.2 Variance et écart-type

#### Définition

La variance de la série statistique est le nombre positif  $V$  défini par :

$$V = \frac{n_1(\bar{x} - x_1)^2 + n_2(\bar{x} - x_2)^2 + \dots + n_r(\bar{x} - x_r)^2}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^r n_i(\bar{x} - x_i)^2$$

Autrement dit, la variance est la moyenne des carrés des écarts la moyenne.

#### Définition

L'écart-type de la série est le nombre noté  $s$  et défini par  $s = \sqrt{V}$ .

#### Remarque

L'écart-type d'une série est un indicateur sur la dispersion des valeurs de la série.

Plus précisément, il informe sur l'éloignement des valeurs par rapport à la moyenne.

Plus l'écart-type est grand, plus les valeurs ont tendance à être éloignées de la moyenne.

En pratique, l'écart-type et la variance se calculent à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel de calcul.

### III Utilisation de la calculatrice : livre p 269

Pour le calculatrices Casio

1. Entrer les données :  
MENU, **Statistics** Entrer les valeurs  $x_i$  dans la liste 1, les effectifs (ou les fréquences)  $n_i$  dans la liste 2.  
Pour effacer, utiliser la touche DEL.
2. Obtenir les indicateurs de la série :  
SET, puis paramétrer :  
— 1Var Xlist : List 1  
— 1Var Freq : List 2  
Enfin, faire **exit**, puis **1-Var**.  
On lit la moyenne, l'écart-type, l'effectif, la médiane et les quartiles.  
L'écart type est le nombre noté  $\sigma x$ .

Pour les calculatrices Texas (82-83).

1. Entrer les données :  
Stats puis le menu EDIT, et Edite.  
Entrer les valeurs  $x_i$  dans la liste  $L_1$ , les effectifs  $n_i$  dans la liste  $L_2$ .  
Pour effacer, utiliser la touche annul. On peut effacer les valeurs une à une ou toute une liste.
2. Obtenir les indicateurs de la série :  
Stats, puis le menu CALC, Stats 1-var, et  $L_1$ ,  $L_2$ .  
Attention à bien taper la virgule entre  $L_1$  et  $L_2$ .

#### Exercice 7

Calculer un écart-type :

[ressource 3066](#)

[ressource 3069](#)

#### Exercice 8

Voici un tableau présentant les salaires mensuels dans une entreprise.

Salaire	1200	1650	2100	2400	6500
Effectif	5	8	4	3	1
Effectifs cumulés croissants					

1. Compléter les effectifs cumulés.
2. Donner l'effectif total.
3. Quel est le mode ?
4. Quel est le salaire moyen ?
5. Calculer l'écart-type de la série.
6. Quel est le salaire médian (la médiane de la série) ?
7. Déterminer l'intervalle interquartiles.
8. Reprendre les questions 4 à 7 lorsqu'on remplace la plus grande valeur par 150 000.  
Comparer

#### Remarque

On résume souvent une série à l'aide du couple (moyenne ; écart-type), ou bien (médiane ; écart interquartile).

La médiane ne dépend pas des valeurs extrêmes (ni les quartiles).

La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes.